

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

В главе II были описаны методы многокритериальной оптимизации в условиях неопределенности, которые могут быть использованы для решения широкого круга проблем совершенствования технологических процессов. В то же время успех их применения во многом определяется качеством используемых математических моделей рассматриваемых процессов. В сущности, речь идет об адекватности моделей, которая обычно понимается как степень соответствия расчетных данных результатам натуральных экспериментов, т.е. как точность модели. Традиционным подходом к повышению точности моделей являются хорошо описанные в учебной и научной литературе методы параметрической идентификации. Последние позволяют, используя модель заданной структуры, отыскать совокупность значений ее неопределенных параметров, минимизирующих отклонение расчетных и экспериментальных данных. Однако описание одного и того же технологического процесса можно, как правило, провести, используя целую совокупность приближенных моделей различной сложности и, следовательно, структуры, содержащих разные наборы неопределенных параметров (принцип множественности моделей). Последнее ставит на повестку дня необходимость выработки общего подхода к повышению качества описания анализируемых процессов, который будем называть структурно-параметрической идентификацией [132, 33, 7].

§ 3.1. Структурно-параметрическая идентификация

Создание единой формализованной методики структурно-параметрической идентификации, пригодной для работы с детерминированными моделями процессов произвольной сложности - задача на сегодняшний день, по-видимому, неосуществимая. Поэтому предлагаемая в настоящей главе методика ориентирована, главным образом, на построение адекватных математических моделей для использования при оптимизации функционирования технологических процессов.

Основные трудности при построении формализованной методики структурной идентификации связаны не столько с математическими, сколько с методологическими проблемами. Несмотря на то, что решению последних в трудах отечественных и зарубежных ученых уделено сравнительно много внимания, при разработке конструктивной методики структурно-параметрической идентификации потребовалось провести их критический

анализ, взглянуть на них под несколько другим углом зрения, ввести некоторые новые понятия.

Этим обосновывается структура построения настоящей главы, отражающая примат методологических проблем (п.п. 3.1.1) над чисто математическими и техническими вопросами.

3.1.1. Принципы построения детерминированных математических моделей и их редукции

Создание адекватной математической модели в той или иной ее форме является (в широком смысле понимания задачи) решением проблемы идентификации, а также необходимым условием оптимизации. Этим объясняется постоянный интерес к вопросам моделирования методологов и философов науки, особенно выросший в связи с новыми возможностями, открываемыми использованием ЭВМ. Сложность возникающих методологических проблем, наличие большого числа неформализуемых субъективных аспектов при построении моделей сформулировало у многих исследователей представление о том, что моделирование является более искусством, чем наукой [19, 4, 74]. Однако эта точка зрения не отвергает возможность и целесообразность изучения проблем моделирования с научных позиций и, вообще говоря, не отвергает научного подхода в исследовании искусства. Разрешение методологических вопросов моделирования способствует как выработке разумных стратегий в исследовании общих свойств и показателей эффективности моделей, так и созданию конструктивных методик и решений конкретных задач.

Существует множество определений понятия модели, изменяющихся от весьма общих, в которых модель и теория почти эквивалентны, до частных, связанных с конкретными целями моделирования. Например, в работе [104] дается определение модели как результата процесса познания, зафиксированного в мозгу или вне его на подходящей физической среде. В [152] под моделью предлагается понимать систему (вещественную или знаковую), собственные свойства которой настолько близки к свойствам интересующего исследователя объекта, что при помощи экспериментов с ней удастся узнать нечто новое о самом объекте, причем это новое достаточно важно для исследователя. Оригинальная трактовка предложена в [89], где модель рассматривается как вопрос, задаваемый исследователем природе. Все эти определения, а также множество других не следует противопоставлять друг другу, а в соответствии с принципом дополнительности Бора их

можно рассматривать совместно, как отражающие различные стороны одного и того же сложного явления.

Такое многообразие моделей более полно вскрывает существо связей и диалектику взаимоотношений пары противоположностей анализ-синтез и позволяет изучать разные аспекты явления, которые в зависимости от преследуемых целей выдвигаются на первый план. В основе любой модели лежит более или менее развитая теория, которая в силу своей общности и абстрактности позволяет описывать большое количество частных фактов с помощью небольшого числа исходных посылок. При этом непосредственное соотношение результатов теории с экспериментальными данными, как правило, осуществляется на основе частных моделей, являющихся некоторыми редуцтами теории, вычлененными из нее для решения конкретной задачи. В этом смысле каждая разработанная модель выражает компромисс между теорией и практикой, между теоретическим познанием и эмпирическими данными.

Такое разграничение теории и модели также следует понимать диалектично, так как есть модели по полноте и сложности почти эквивалентные теории, на базе которой они построены. Наконец, теорию можно рассматривать как некоторую модель части объективной действительности [146, 56].

Отсутствие единого строгого определения ни в коей мере не служит препятствием к изучению эмерджентных, т.е. целостных, общих, не зависящих от конкретной структуры, свойств моделей [139, 97]. Например, такая ситуация имеет место в теории планирования эксперимента [89], которая успешно развивается при отсутствии единого определения основополагающего понятия эксперимента, поскольку в конкретных ситуациях среди исследователей, как правило, не возникает споров о применимости этого понятия к тому или иному феномену.

Существует множество работ, посвященных классификации моделей. В большинстве случаев в качестве оснований классификации избираются цель, объект, средства моделирования. Такой выбор естественен, так как практически в любом определении или описании понятия модели присутствуют названные термины. При этом общепринятой классификации моделей нет. Как отмечают авторы [28], классификация моделей по таким основаниям как цель, объект, средства моделирования и недостаточна для их строгой систематизации и не может привести к построениям, подобным по своей значимости таблице Д.И.Менделеева или систематике К.Линнея. В то же время, для конструктивного использования моделей необходима, если не систематизация, то, по крайней мере, упорядочение целей. В равной мере это требуется для объектов и методов моделирования. В

настоящее время в системном анализе и теории моделирования примеров достаточно полных подобных систематизаций и упорядочений нет. Существуют лишь частные классификации подобного типа, например, для объектов моделирования какого-либо определенного рода на основе различия типов применяемых методов. К сожалению, такие упорядочения фактически соответствуют простому перечислению методов, разработанных в какой-либо научной дисциплине. Однако, это не отвергает полезности и значимости, весьма скромных пока еще результатов в области систематизации моделей, возможности их успешного применения при решении как сугубо методологических, так и практических вопросов.

В качестве одной из наиболее удачных систематизации в контексте моделирования технологических процессов можно назвать шкалу моделей, предложенную в [142]. Авторы справедливо считают классификацию, основанную на способах моделирования, методологически несостоятельной, поскольку выбор "техники" моделирования не должен предшествовать выбору его метода, который определяется целями исследования и степенью полноты эмпирической информации об изучаемой системе. Более конструктивны классификации, основанные на внутренних свойствах моделируемых объектов. В основе таких систематик лежит анализ связей между усложняющимся поведением объектов и методами их моделирования.

В [152] предложено пять основных классов моделей: аналитические модели, эмпирико-статистические, имитационные, самоорганизующиеся и модели эвристического программирования. Здесь необходимо сделать некоторую конкретизацию используемых терминов. Существует двоякая трактовка термина "имитационная модель". В узком смысле этим термином обычно принято обозначать модели производственно-технологических, экономических и прочих систем, непосредственно реализуемые на ЭВМ с помощью методов статистических испытаний (метод Монте-Карло). Такого рода модели обычно хорошо функциональную отражают организацию структуры анализируемых процессов, совершенно не затрагивая сущности определяющих их явлений физической, химической, биологической и т.д. природы. В широком смысле под имитационными моделями понимаются любые модели, имитирующие поведение сложных систем с использованием ЭВМ. В дальнейшем мы будем опираться именно на такое широкое понимание имитации.

Простые системы зачастую наиболее адекватно представляются аналитическими моделями (например, законы Ньютона, Ома, и т.д.). Аналитические модели сложных систем в силу своей "упрощенности" (при их построении сознательно идут на выбор только самых существенных, с точки зрения исследователя, элементов и связей) выполняют в основном объяснительную функцию теории при условии, что лежащие в их основе гипотезы

справедливы и непротиворечивы. Эти модели часто реализуются без ЭВМ и позволяют построить качественную картину анализируемого явления или объекта.

При этом различают две группы аналитических моделей: феноменологические [278], которые строятся в результате непосредственного наблюдения за системой, и модели потенциальной эффективности сложных систем [141]. Последние применяются лишь к системам, которые уже достаточно приблизились к своим оптимальным прототипам. Они носят оценочный характер и определяют некоторые "запреты" на конечные исходы.

В работе [58] отмечается, что в последнее время существенно увеличилось число проблем, решение которых не может быть получено редуccionистическими методами, основанными на достаточном описании внутреннего состояния системы. Это стимулировало интерес к изучению и развитию холистических, или глобальных, системобразующих характеристик. Например, в холистическом подходе к моделированию технологических объектов исходят из условия минимума энергии изучаемого процесса, что в ряде случаев позволяет избежать анализа и решения громоздких систем дифференциальных уравнений. Холистический, или глобальный, подход позволяет, зачастую, построить систематическую модель в простой аналитической форме, что, однако не говорит о простоте и легкости получения решения. Глобальное моделирование обеспечивает получение результата лишь при очень высокой квалификации исследователя. Оно требует от исследователя глубокого понимания процесса и способностей к обобщению.

Основная задача эмпирико-статистических моделей – упорядочить большой объем экспериментальной информации о структуре и поведении исследуемой системы и дать обобщенную информацию для построения других математических моделей. До недавнего времени было принято считать, что эмпирико-статистические модели целесообразно использовать лишь на первом этапе математизации той или иной области знания, поскольку они не позволяют вскрывать причинно-следственные связи моделируемых систем. Однако, в связи с успехами имитационного моделирования роль эмпирико-статистических моделей изменяется.

Действительно, в тех случаях, когда имитационные модели не слишком сложны и обладают обозримым набором входных и выходных переменных, доступных для непосредственного анализа и принятия обоснованных решений, иложенная точка зрения оправдана. В этих случаях содержательная информация об изучаемой системе доставляется, главным образом, имитационной моделью, а эмпирико-статистические построения носят вспомогательный характер, и используются, в основном, для целей идентификации.

Однако, при достижении некоторого порога сложности имитационной модели,

возможность непосредственного анализа возросшего объема информации, получаемой с ее помощью, становится проблематичной. Возникают естественные вопросы сжатия, разумного агрегирования этой информации. И тут опять на помощь приходят статистические методы уже в новом своем качестве, позволяя утилизировать результаты имитационного моделирования, строить достаточно простые регрессионные модели изучаемого процесса. Характерно, что при этом эмпирико-статистические модели выполняют не только утилитарные функции, но и познавательные, выявляя взаимосвязи системы, неявно содержащиеся в имитационной модели. Такое сочетание имитационных и эмпирико-статистических моделей рассматривается в настоящее время как один из принципов моделирования сложных систем [140, 30]. Примеры успешного использования этого подхода на практике приведены в последующих главах книги.

Имитационные модели отображают представления исследователя о структуре и динамике изучаемой системы. При построении таких моделей широко используются существующие теории, пригодные для описания изучаемых процессов, накопленный опыт и интуиция исследователя. Именно при построении имитационных моделей наиболее отчетливо проявляются те неформализуемые субъективные факторы, которые дают возможность в определенной мере причислять математическое моделирование к искусству.

Адекватность (с точки зрения выполнения некоторой цели) в имитационной модели достигается обычно за счет приближения числа ее параметров и взаимосвязей к числу аналогичных характеристик исследуемой системы [148]. Сразу отметим, что ввиду неопределенности ряда параметров такой путь не всегда ведет к цели. Реализация имитационных моделей осуществляется на ЭВМ в виде комплекса программ с использованием блочного принципа построения. Некоторые авторы рассматривают условие реализации на ЭВМ основным признаком имитационной модели [95]. С этим трудно согласиться, так как на ЭВМ зачастую реализуются приближенные аналитические модели, а также эмпирико-статистические построения.

Положительными чертами имитационных моделей является высокая точность прогнозов (при условии адекватности модели), гибкость модели по отношению к новым ситуациям (возможность ее быстрой перестройки в силу блочного принципа построения). К отрицательным чертам обычно относят низкую возможность объяснения поведения системы, необходимость иметь достаточно большой объем эмпирической информации для идентификации и верификации модели и очень высокую стоимость разработки.

Самоорганизующиеся модели строятся для целей более адекватного описания сущности явлений и обеспечения прогнозирования функционирования сложных систем.

Прогнозирующими свойствами обладают также и имитационные модели, однако для синтеза самоорганизующихся моделей на ЭВМ необходимо значительно меньше исходной информации и финансовых затрат (в силу значительной общности алгоритмов самоорганизации).

К наиболее известным методам самоорганизации моделей следует отнести эволюционное моделирование [95] и метод группового учета аргументов [49]. В последнем случае функция исследователя сводится главным образом к заданию списка исходных переменных и "критерия селекции". Последний выражает представления исследователя о качестве получаемой модели. Например, в качестве критерия селекции может выступать ошибка прогноза проверочной последовательности экспериментальных данных, после того как модель построена на основе другой последовательности - обучающей. В итоге модель строит ЭВМ путем перебора различных частных моделей и выбора для дальнейшего анализа лучших из них (с точки зрения принятого критерия селекции).

Поскольку частные модели, как правило, представляют собой лишь несложные комбинации элементарных или специальных функций, самоорганизующиеся модели в своей окончательной форме мало отличаются от эмпирико-статистических построений. В этом случае классификация этих двух видов моделей на основе анализируемого подхода затруднена, поскольку в его основе предполагалось использовать не способ построения моделей, а их внутренние свойства, связанные с особенностями исследуемой системы. С этой точки зрения самоорганизующиеся модели, а также модели эвристического программирования, следовало бы объединить в один класс с эмпирико-статистическими.

В итоге, основываясь при классификации лишь на свойствах внутренней структуры моделей, последние можно разбить на два больших класса: статистические и детерминированные. К детерминированным моделям (в контексте моделирования технологических процессов) отнесем аналитические, имитационные и все другие математические модели, построенные путем редукции и синтеза положений содержательных естественнонаучных теорий. Параметры таких моделей обычно имеют достаточно ясный физический смысл, взаимосвязи между переменными выражаются алгебраическими, дифференциальными или интегро-дифференциальными уравнениями. Во многих случаях для технологических процессов можно построить детерминированные модели, поэтому основное внимание уделим методическим проблемам разработки моделей именно этого класса.

Модель всегда строится с определенной целью. Цель моделирования может быть явно или неявно выражена, однако она всегда существует, поскольку иначе никто бы

моделированием не занимался. В этой связи удачно суждение Б.Брехта о том, что нельзя создавать образы, не имея о них определенных суждений и не преследуя определенных целей [17]. Вопрос лишь в том, каковы эти цели и в какой степени разработанная модель отвечает исходным установкам, например, прикладного характера. Рассматривая проблему с этой точки зрения, следует признать, что кажущиеся иногда довольно некорректные постановки "зачастую" в приведенном выше в смысле, отражают важнейшие субъективные факторы, неявно присутствующие в процессе моделирования.

Разработчиков модели можно условно разделить на методо-ориентированных и проблемно-ориентированных. Первых отличает глубокое знание одного или целого класса методов решения этого или иного типа задач в области, где сосредоточены их основные научные интересы. Получая заказ на разработку конкретной математической модели прикладного назначения такой разработчик неизбежно стремится к постановке задачи, при которой его методы наиболее эффективны. Зачастую это достигается введением дополнительных упрощений модели, недостаточно обоснованных и не следующих непосредственно из анализа физики процесса.

Вопрос о существующем злоупотреблении формальной математикой при построении моделей конкретных реальных процессов обсуждался еще на шестом конгрессе ИФАК в Бостоне [214]. В пленарном докладе В.Холла отмечалось, что построение математических моделей часто превращается в автокаталитический процесс, вследствие чего одни части системы моделируются излишне точно, некоторые методики развиваются чрезмерно глубоко, при этом другие части систем из соображений математического удобства недопустимо упрощаются. Факторам, которым нельзя придать строгую математическую форму, уделяется недостаточное внимание [214]. Зачастую это происходит из-за того, что личные цели исследователя вступают в противоречие с исходными целями моделирования. В итоге построенная модель может настолько не соответствовать по своим качествам постановленным прикладным целям, что ее допустимо рассматривать лишь как иллюстрацию того или иного метода решения. Фактически, при этом происходит подмена исходной цели моделирования.

Проблемно-ориентированными будем называть исследователей, которые в максимально возможной степени пытаются учесть сущность явлений, у которых сформирована установка на создание модели, наиболее "адекватной реальному объекту" и поставленным целям. Существует большое количество работ, в которых авторы исследований, анализируя степень адекватности объекту моделей, отражающих различные стороны его поведения, и, приводя численные сопоставления, не указывают явно ни цели

такого сопоставления, ни цели, стоящие перед теми, кто создавал сравниваемые модели. Говорить об адекватности модели реальному объекту вообще, без указания возможного баланса между целями моделирования и средствами, привлекаемыми для их достижения, бессмысленно.

При этом, установка на создание наиболее полной модели имеет право на жизнь, поскольку именно такие модели в силу своей максимальной информативности, избыточной по отношению к прагматическим целям, позволяют выявлять новые закономерности. Приведенные рассуждения сделаны для того, чтобы подчеркнуть важность учета взаимодействия субъективных и объективных факторов при построении моделей.

Очевидно, что критерии качества моделей меняются в зависимости от целей моделирования. Один и тот же процесс может быть описан с помощью разных моделей, имеющих различные критерии качества. В соответствии с этим для детерминированных моделей можно в первом приближении выделить три основных класса, определяемых целями моделирования:

1. "Гносеологические" модели. Целью их разработки является выявление качественных закономерностей процесса, внутренних взаимосвязей, недоступных прямым экспериментальным исследованиям. Этот класс моделей можно условно разделить на два типа:

а) Приближенные модели. На их основе возможно получение аналитических решений в виде формул, удобных для качественного анализа, обычно отражающих какую-либо одну сторону явления (за исключением случаев холистических аналитических моделей);

б) "Полные" математические модели. При их построении стремятся к наибольшей детализации физики процесса, включая в них ради целей качественного анализа даже весьма неопределенные параметры, что является характерной чертой моделей технологических процессов. С увеличением числа параметров резко снижается возможность параметрической идентификации модели как за счет возрастания затрат машинного времени, так вследствие увеличения корреляции между оцениваемыми значениями [89].

2. Модели для оптимизации или выбора наиболее рациональных технологических режимов и конструкций оборудования. Этот класс непосредственно ориентирован на решение конкретных задач и по сложности занимает промежуточное положение между аналитическими зависимостями, полученными приближенными методами, и "полными" моделями первого класса. Фактически это не что иное, как имитационные модели, достаточно точно для прикладных целей описывающие реальные процессы, но требующие

сравнительно небольших затрат машинного времени и поддающиеся идентификации. Такие модели в настоящее время наиболее популярны в технических приложениях.

3. Модели для автоматического управления технологическими процессами. Эти модели обычно учитывают динамику процесса, но при этом предельно просты для обеспечения максимального быстродействия и их корректировки (адаптации) в процессе управления [32]. Они, как правило, адекватны лишь в сравнительно узком диапазоне изменения входных переменных.

Модели первого класса по мере их усложнения асимптотически стремятся к недостижимому на практике идеалу - полной формализации исследуемых явлений. Иными словами, эти модели близки по своей полноте и сложности к естественнонаучным теориям. Последнее создает предпосылки для оценки их качества по тем же критериям, что и для сравниваемых теорий, т.е. по эвристической силе, способности предсказывать новые закономерности, поддающиеся эмпирической проверке [146, 56], определяемой их скрытой информационной емкостью. Каких-либо строгих, формализованных процедур сравнения таких моделей в настоящее время нет. Модели третьего класса исследуются в рамках теории автоматического управления.

В дальнейшем будут исследоваться свойства, главным образом, моделей второго класса, в наибольшей степени пригодных для решения задач оптимизации режимов технологических процессов. Совместные усилия исследователей, занимающихся методическими вопросами и непосредственным моделированием реальных объектов, позволили выявить ряд закономерностей деятельности этого рода, имеющих весьма общий характер.

Обобщенной целью разработки любой модели можно считать получение с ее помощью информации для принятия тех или иных решений. Поэтому успех в достижении конкретных целей (прогноз, оптимизация и т.д.) во многом зависит от объема и качества информации, получаемой с помощью моделирования. Естественный путь повышения информативности математических моделей посредством их усложнения и детализации на практике ограничен, так как для формализованных систем, сложность которых превышает некоторый пороговый уровень, детальность описания и практическая ценность получаемой информации становятся антагонистическими характеристиками. Это ограничение сверху на сложность моделей носит название принципа несовместимости [336].

Необходимость учета этого принципа при исследовании технических объектов очевидна и следует из анализа самого процесса моделирования. Действительно, добавление к системе соотношений, описывающих поведение объекта, каждого нового уравнения

неизбежно ведет к росту числа неопределенных параметров модели, что снижает достоверность количественной информации, получаемой с ее помощью. По мере усложнения описания объекта, неопределенность получаемой информации возрастает, что в итоге делает ее практически непригодной. Избежать этого, используя методы параметрической идентификации, удастся лишь отчасти как из-за технических трудностей, так и по причине резкого роста корреляции между оцениваемыми параметрами с увеличением их числа. Следует подчеркнуть, что в настоящее время с ростом производительности ЭВМ и, следовательно, технических возможностей математического моделирования, модели технических систем все чаще оказываются на пороговом уровне сложности.

Методологическое значение принципа несовместимости состоит еще в том, что он прямо указывает на ограниченность самого метода математического моделирования, рассматривая при этом не трудности построения модели (которые всегда относительны), а наиболее общие закономерности этого процесса.

В определенной мере расширить границы сложности моделей и частично преодолеть "проклятие многомерности" [9] удастся с помощью декомпозиции полной модели на подмодели, качество которых можно оценить до включения их в общую систему. Блочный способ построения, вообще говоря, является одним из типичных признаков имитационной модели [87]. В конечном итоге разумное разбиение полной модели на составляющие позволяет построить работоспособную систему, обеспечивающую исследователю достоверную информацию при приемлемых затратах машинного времени. В этом и заключается в соответствии с терминологией [141] принцип осуществимости.

Вопросы декомпозиции модели оказываются в методическом отношении весьма сложными и требуют отдельного рассмотрения. Процесс построения математической модели - это всегда некоторое упрощение, усечение физической реальности, вычленение некоторой совокупности взаимосвязей из более общей системы. Иными словами, если имеется модель A , то всегда можно построить модель A' , в которую A входит как подсистема. Структуру математической модели удобно представлять в виде ориентированного графа Кенига [107], в котором B -вершины обозначают переменные, W -вершины - соотношения, уравнения, связывающие переменные.

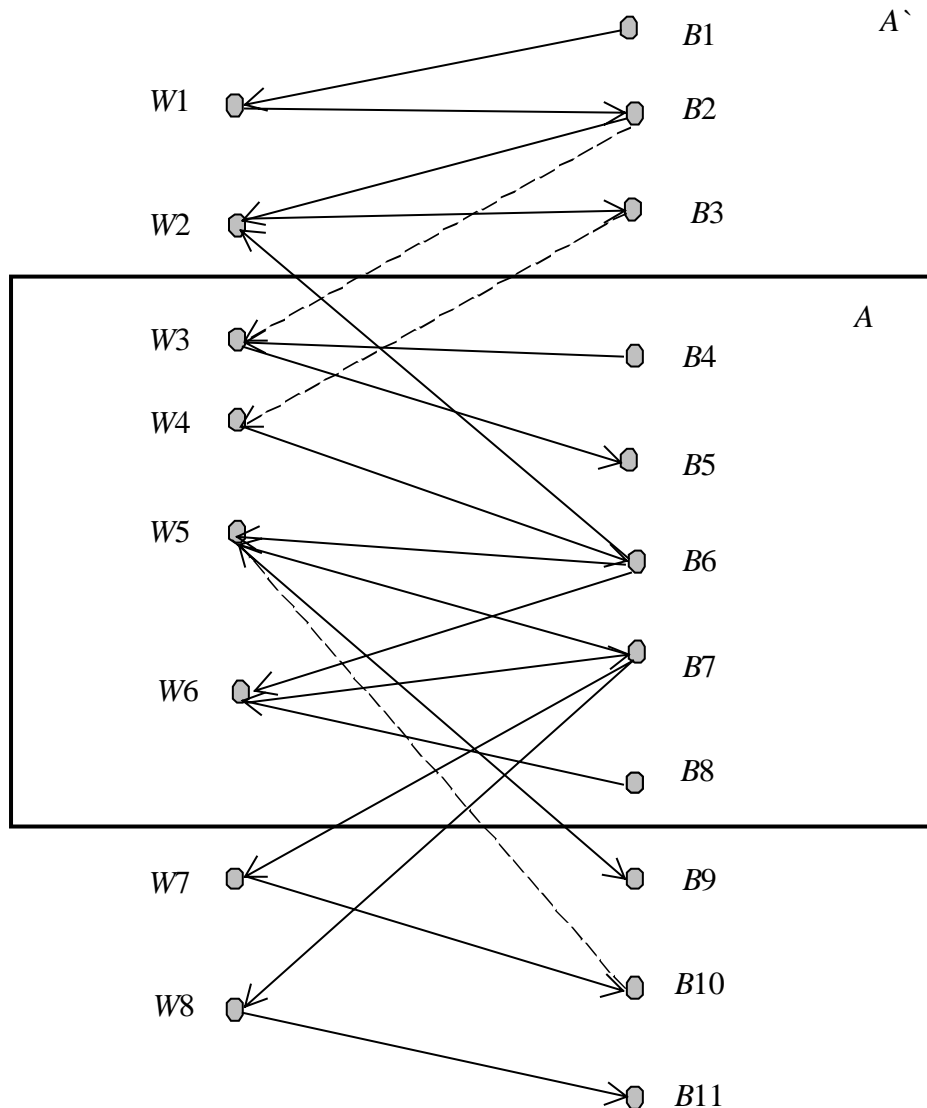


Рис. 3.1. Выделение подмодели A из подмодели A' (пунктиром отмечены дуги, соответствующие обрываемым связям)

Положим, что структуру модели можно представить графом, изображенным на рис. 3.1. Среди входных B -вершин имеются адаптивные параметры $B1$ и $B4$. При вычленении подмодели A из A' параметр $B4$ остается адаптивным для A , параметр $B8$ - входным, $B5$ - выходным. Уравнения $W3$, $W4$ и $W5$ подмодели A требуют для себя в качестве входных значения параметров $B2$, $B3$ и $B10$, точную информацию о которых можно получить только из полной модели A' , включающей A . Таким образом $B2$, $B3$ и $B10$, являясь входными параметрами для модели A , зависят от нее самой, причем входными они являются лишь в силу того, что при вычленении A из A' произошел разрыв связей этих параметров с

уравнениями подмодели A . В дальнейшем будем называть такие параметры *параметрами разорванных связей*. Таким образом, параметрами разорванных связей модели A^* и подмодели A являются все входные параметры A , не являющиеся входными или адаптивными для A^* .

В этом случае обобщенную формулировку математической модели представим в виде:

$$\bar{Y} = f(\bar{X}, \bar{\theta}, \bar{\Omega}), \quad (3.1)$$

где \bar{X}, \bar{Y} - векторы входных и выходных переменных модели; $\bar{\theta}, \bar{\Omega}$ - векторы адаптивных параметров моделей и параметров разорванных связей.

При изолированном анализе подмодели A параметры разорванных связей в общем случае известны лишь с точностью до физически допустимых диапазонов их изменения. В то же время включение их в набор адаптивных параметров подмодели A может привести к искажению результатов оценки качества этой подмодели. Например, при идентификации $B2$, $B3$ и $B10$ по критерию минимума отклонения расчетных значений от опытных, возможно получение таких соотношений между найденными значениями $B2$, $B3$ и $B10$, которые невозможны ни при каком наборе входных и адаптивных параметров модели A^* . Иными словами, подмодель A модели A^* при этом, несмотря на возможно высокую точность, не удовлетворяет требованиям физичности, что не позволяет доверять ей при выходе за пределы области входных параметров, в которой подмодель A идентифицировалась, т.е. подмодель A непригодна для прогноза.

Отсюда следует вывод, что оценка качества подмоделей должна проводиться на всей области физически допустимых значений параметров разорванных связей. Другим выводом является необходимость при декомпозиции сложной модели на подмодели руководствоваться принципом минимальности обрываемых связей, в соответствии с которым вычленение подмоделей нужно проводить по возможности так, чтобы минимизировать число параметров оборванных связей, которые являются существенным источником неопределенности при оценке качества подмоделей.

Еще одним принципом, которому по возможности желательно следовать при декомпозиции сложной модели, является принцип обрыва "мягких" связей. Под "мягкими" подразумеваются связи, позволяющие существенно изменять объем, а иногда и качественный характер информации, передаваемой из одной подмодели в другую. При этом не должно наблюдаться существенных изменений в результатах расчета. Иными словами,

"мягкие" связи не играют определяющей роли для модели и не служат каналом передачи значений переменных и параметров, существенным образом влияющих на результаты расчета. Следствие принципу обрыва "мягких" связей позволяет получить гибкую структуру обобщенной модели, в которой могут быть использованы подмодели при разных уровнях детализации описания физики процесса.

Поскольку выявление "мягких" связей требует глубокого анализа сущности процесса и работы с уже построенными моделями, на этапе формализации описания процесса при выявлении этих связей возможны ошибки, которые впоследствии снижают качество всей построенной системы. Последнее говорит о чрезвычайной важности этапа анализа процесса и постановки задачи.

Следующим методологически важным вопросом является возможность описания одного и того же процесса или его составляющих целым набором математических моделей, отвечающих одним и тем же целям моделирования, что в настоящее время рассматривается как *принцип множественности моделей*.

Вопрос этот интересен не только с практической, но и с общеполитической точки зрения. Последнее объясняется эрозией укоренившихся в сознании многих исследователей представлений о том, что мир устроен так, что все в нем управляется единственно возможными законами природы, а с другой стороны обладает еще и тем свойством, что научно поставленный эксперимент позволяет обнаружить эти законы [69]. Этот методологический постулат, хорошо вписывающийся в механистические представления науки XIX столетия, оказался бессильным перед фактами наличия различных формулировок теории относительности (философский анализ этой ситуации можно найти в [56]), весьма отличающихся по своим исходным постулатам от волновой и матричной формулировок квантовой теории. Сложившаяся ситуация в физике элементарных частиц, характерная наличием большого числа концептуально различающихся теорий, имеющих общий эмпирический базис, послужила толчком к попытке создания новой философии (*Boots-trap*) (стягивание) [177, 180].

Одним из основных положений этой философии является утверждение, что мир описывается комбинацией внутренне согласованных моделей, ни одна из которых не может быть более фундаментальной, чем другие.

Не останавливаясь на критике этой философии, имеющей, как это видно из работы [180] неопозитивистские корни, отметим, что многомодельность рассматривается методологами науки как один из основных принципов системного моделирования [98]. В работе [114] утверждается, что существование эквивалентных формулировок

экспериментально хорошо проверенной теории служит свидетельством ее достаточной зрелости.

В сложившейся ситуации авторы [90] предлагают отказаться от поиска "истинной модели", которой может просто не оказаться среди имеющихся вариантов описания процесса, и представлять результаты изучения механизма явлений не одной, а множеством моделей. В работе [18] это предложение конкретизируется и предлагается в противовес единой модели строить "тезаурус" - унифицированный ряд моделей, который по мнению автора расширяет условия применимости математического описания. Многомодельность в настоящее время характерна для большинства технических наук.

В 1977 г. Д.Форрестером был сформулирован принцип контринтуитивного поведения моделей [143], согласно которому дать удовлетворительный прогноз состояния достаточно сложной системы даже на качественном уровне, опираясь только на собственный опыт и интуицию, практически невозможно. Наша интуиция "воспитана" на общении с простыми системами, где связи элементов практически всегда удается проследить от начала до конца. Контринтуитивность поведения модели сложной системы состоит в том, что она реагирует на воздействия совсем иным образом, чем это нами ожидалось. Фактически рассматриваемый принцип говорит о возрастании эвристических возможностей моделей по мере их усложнения.

При практическом использовании моделей, например, для оптимизации, всегда актуален вопрос о выборе из имеющегося набора альтернативных математических описаний наиболее отвечающего целям моделирования. Этот выбор, естественно, должен осуществляться на основании определенных критериев качества.

В настоящее время становится общепризнанной точка зрения, что соответствие расчетных данных опытным не может служить единственным определяющим критерием адекватности моделей.

Отмечается, что при оценке качества моделей в первую очередь должна учитываться степень удовлетворения результатов моделирования поставленным при создании моделей целям [104, 251]. Существуют различные подходы к описанию критериев качества- модели. Как отмечают авторы [251], качество модели определяется единством требований соответствия основных гипотез, принимаемых при построении моделей, физике, химии, биологии и т.д. рассматриваемого процесса, требований точности и требований возможности прогноза нужных для практики характеристик (прагматический аспект). В [254] говорится о том, что в моделях происходит обмен между их всеобщностью, точностью и

реалистичностью. Усиление одной из этих позиций немедленно ведет к ослаблению других. Близкие методологические позиции занимает автор работы [270].

Проведенный анализ методологических проблем формулировки критериев качества моделей позволяет перейти к построению конструктивной методики структурно-параметрической идентификации.

3.1.2. Построение глобального критерия качества математических моделей

Исходные цели моделирования формируют требования к математической модели, в том числе к ее принадлежности тому или иному классу. Поскольку настоящая глава посвящена использованию математического моделирования для оптимизации технологических процессов, дальнейший анализ имеет отношение лишь к моделям второго типа (в соответствии с введенной в параграфе 3.1.1 классификацией).

Основными критериями, определяющими качество модели, должны служить те из них, которые имеют непосредственное отношение к целям моделирования. Например, при оптимизации режимов работы прокатного стана по выходной температуре полосы таким критерием является точность ее расчетов. В реальных условиях, как правило, имеется несколько критериев этого типа, зачастую находящихся в противоречии друг с другом.

Менее важный класс критериев связан с эксплуатационной надежностью модели (например, устойчивостью численного интегрирования), допустимыми затратами машинного времени, рядом требований к удобству работы с моделью и квалификации пользователей.

Существует также группа критериев, определяемая доверием к получаемой из модели информации, возможностью экстраполяции результатов моделирования на области значений входных переменных, в которых точность расчетов заранее не гарантирована. В качестве таких критериев можно указать критерии физичности адаптивных параметров, параметров разорванных связей и неизмеряемых выходных переменных модели. Смысл этих критериев заключается в требовании, чтобы численные значения указанных параметров после идентификации находились в диапазонах, допустимых с точки зрения физики процесса.

Действительно, пусть имеются две модели некоторой механической системы, содержащие в качестве адаптивного параметра коэффициент трения η . Допустим, в результате идентификации для первой модели получено $\eta_1 = 0.2$ при средней погрешности модели - 20%, а для второй, при максимальной погрешности модели в области эксперимента - 1% найдено $\eta_2 = -0.1$. Поскольку отрицательные значения η нефизичны, доверие ко второй модели вне области данных эксперимента, которые использовались при идентификации, будет очень низким, поэтому использование ее для оптимизации нецелесообразно.

Приведенный пример иллюстрирует становящееся общепринятым положение, согласно которому, точность модели далеко не всегда определяет ее качество. Также совершенно очевидно, что деление критериев на главные и вспомогательные носит относительный характер. Таким образом, оценка качества модели представляет собой многокритериальную задачу и построение глобального критерия должно проводиться путем свертки частных критериев, заданных с разной степенью субъективизма и имеющих различную значимость.

Информация качественного характера играет наиболее важную роль при формировании критериев физичности, поскольку при этом единственное, чем зачастую располагает исследователь - это разрозненные литературные данные и его собственное понимание физики явления. Пусть, например, некоторая модель процесса пластичного формоизменения содержит в качестве адаптивного параметра сопротивление деформации материала σ , значения которого в соответствии со справочными данными могут находиться в интервале $[\sigma_1, \sigma_2]$. При отсутствии какой-либо дополнительной информации и субъективных предпочтений исследователя критерий физичности превращается в четкое ограничение типа неравенства $\sigma_1 < \sigma < \sigma_2$. В случае наличия качественной или количественной информации о предпочтительности различных значений σ внутри интервала для описания критерия целесообразно использовать функцию желательности.

Аппарат теории нечетких множеств позволяет сделать более информативными также и критерии точности. С помощью функций желательности легко формализуются субъективные представления о том, как падает качество модели с ростом ее погрешности. Столь же просто описываются предпочтения по отношению к завышенным и заниженным расчетным данным. Например, пусть P_2 - измеренное значение давления металла на валки в одной из клеток прокатного стана. Тогда критерий точности модели по давлению можно описать функцией желательности, представленной на рис. 3.2. Несимметричный вид функции отражает тот факт, что завышенные расчетные давления более предпочтительны, чем заниженные, так как гарантируют от поломки рабочих валков из-за слишком больших P при внедрении разработанных с помощью модели режимов прокатки на реальном прокатном стане.

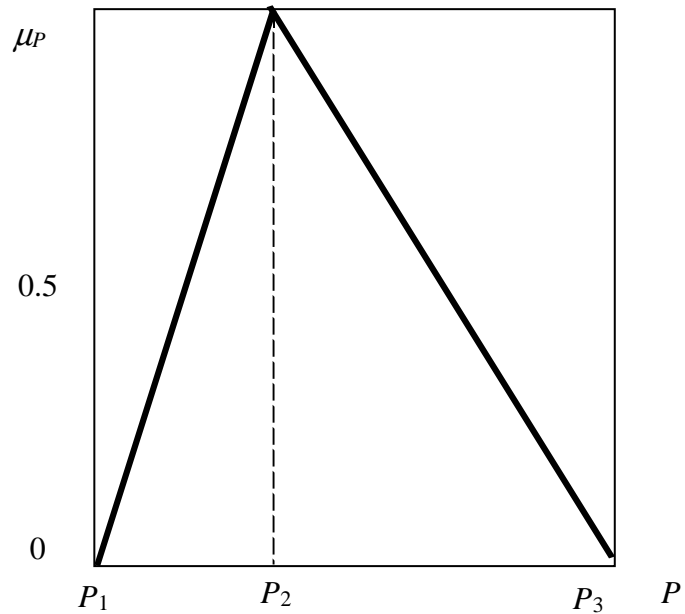


Рис. 3.2. Критерий точности расчета давления на валки

Пусть для математической модели, обобщенная формулировка которой может быть представлена в виде (3.1), имеем $\bar{X} = (x_1, \dots, x_n)$ - вектор контролируемых входных переменных; $\bar{Y} = (y_1, \dots, y_m)$ - выходные переменные, причем y_1, \dots, y_j (контролируемые выходные переменные) могут быть сравнимы с экспериментально полученными значениями $y_{1э}, \dots, y_{jэ}$, остальные y_{j+1}, \dots, y_m переменные не измеряются (неконтролируемые переменные); $\bar{\theta} = (\theta_1, \dots, \theta_k)$ - вектор адаптивных параметров модели; $\bar{\Omega} = (\Omega_1, \dots, \Omega_L)$ - вектор параметров разорванных связей.

Обозначим критерии точности модели, зависящие от разностей $y_i - y_{iэ}$ ($i = 1, \dots, j$) и формализованные с помощью соответствующих функций желательности как C_{1j}, \dots, C_{jy} . Поскольку эти критерии характеризуют точность расчета различных физических характеристик, не одинаковым образом отраженных в целях моделирования, они могут иметь разную важность с точки зрения оценки качества модели. Последнее должно быть учтено при их ранжировке.

Группу критериев, определяемых требованиями к неконтролируемым выходным переменным модели обозначим как $C_{j+1,y}, \dots, C_{my}$. Они могут иметь значительную важность и относятся к критериям физичности. Требования к y_{j+1}, \dots, y_m обычно заключаются лишь в том, чтобы их значения находились в физически допустимых диапазонах с возможными распределениями предпочтений внутри последних. Аналогично задаются критерии $C_{1\theta}, \dots, C_{k\theta}$, характеризующие физичность значений адаптивных параметров.

В целях упрощения изложения в дальнейшем положим, что рассматриваемые модели достаточно удобны в использовании, позволяют получать результаты при допустимых затратах машинного времени, в связи с чем, критерии, связанные с их эксплуатационными характеристиками анализироваться не будут. Тогда, вводя обозначения

$$\begin{aligned}\bar{C}_y(\bar{Y}) &= (C_{y_1}(y_1), \dots, C_{y_m}(y_m)), \\ \bar{C}_\theta(\bar{\theta}) &= (C_{\theta_1}(\theta_1), \dots, C_{\theta_k}(\theta_k)), \\ \bar{\alpha} &= (\alpha_{y_1}, \dots, \alpha_{y_m}, \alpha_{\theta_1}, \dots, \alpha_{\theta_k}),\end{aligned}$$

где $\bar{\alpha}$ - вектор коэффициентов относительной важности, обобщенный критерий качества модели D для фиксированных значений вектора входных переменных \bar{X} и вектора параметров разорванных связей $\bar{\Omega}$ представим в виде

$$D(\bar{X}, \bar{\theta}, \bar{\Omega}) = \hat{L}(C_y(\bar{Y}), C_\theta(\bar{\theta}), \bar{\alpha}) = \hat{L}(\bar{C}_y(f(\bar{X}, \bar{\theta}, \bar{\Omega})), C_\theta(\bar{\theta}), \bar{\alpha}), \quad (3.2)$$

здесь \hat{L} - некоторый оператор свертки частных критериев.

Поскольку адаптивные параметры $\bar{\theta}$ в (3.2) могут изменяться в физически допустимых диапазонах, то для оценки качества модели целесообразно выбрать экстремальное по $\bar{\theta}$ значение обобщенного критерия D

$$D_\theta(\bar{X}, \bar{\Omega}) = \max_{\bar{\theta}} \hat{L}(\bar{C}_y(f(\bar{X}, \bar{\theta}, \bar{\Omega})), C_\theta(\bar{\theta}), \bar{\alpha}). \quad (3.3)$$

Из (3.3) следует, что поиск максимума D следует проводить с учетом физичности адаптивных параметров.

Конкретизация оператора свертки критериев \hat{L} должна проводиться с учетом способа формализации частных критериев и требований к оптимальности в глобальном смысле. При описании частных критериев функциями желательности (допуская их вырождение в обычные четкие ограничения типа неравенств) и требованиях к модели в максимальной степени удовлетворять как критериям точности, так и физичности, обобщенный критерий качества в соответствии с результатами главы II можно представить в виде

$$\begin{aligned}
D_{\theta}(\bar{X}, \bar{Q}) &= \min(\mu_{C_{1y}}^{\alpha_{1y}}, \dots, \mu_{C_{my}}^{\alpha_{my}}, \mu_{C_{1\theta}}^{\alpha_{1\theta}}, \dots, \mu_{C_{k\theta}}^{\alpha_{k\theta}}) \\
\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \alpha_{ij} + \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \alpha_{i\theta} &= 1, \\
\alpha_{1y}, \dots, \alpha_{my}, \alpha_{1\theta}, \dots, \alpha_{k\theta} &> 0,
\end{aligned} \tag{3.4}$$

где $\mu_{C_{1y}}, \dots, \mu_{C_{k\theta}}$ - функции желательности критериев.

Введенный глобальный критерий качества математической модели зависит лишь от ее точности и физичности, т.е. определяется только внутренне присущими данной модели свойствами. При необходимости круг частных критериев оценки качества модели может быть легко расширен. Например, можно ввести критерий C_b , зависящий от затрат машинного времени на реализацию модели и аналогичный критерий, характеризующий ее сложность. После формализации с помощью подходящих функций желательности эти критерии могут быть включены в свертку (3.4).

3.1.3. Обобщенная формулировка задачи структурно-параметрической идентификации

Свертка частных критериев точности и физичности (3.4) служит основой для построения оценок качества моделей на базе всего множества полученных в опыте значений векторов входных контролируемых переменных с учетом варьирования параметров разорванных связей в заданных диапазонах. Это требует решения вопросов агрегирования оценок вида (3.4) на всей области эксперимента $\bar{X}_1, \dots, \bar{X}_N$, учета различной вероятности реализации тех или иных условий проведения опыта и пригодности их для оценки качества моделей, а также влияния параметров разорванных связей.

Центральное место занимают вопросы агрегирования оценок качества моделей, получаемых при различных формах обобщенного критерия, и для различных наборов оптимальных значений адаптивных параметров $\bar{\theta}$, представляющие в совокупности проблему структурно-параметрической идентификации.

Пусть $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_N$ - множество точек эксперимента, $D_{1\theta}, D_{2\theta}, \dots, D_{N\theta}$ - значения обобщенных критериев вида (3.4) в этих точках при некотором заданном векторе разорванных связей $D_{i\theta} = D_{\theta}(\bar{X}_i, \bar{Q}), \bar{\theta}_1, \bar{\theta}_2, \dots, \bar{\theta}_N$ - векторы адаптивных параметров, максимизирующие D_i в точках опыта. Очевидно, гипотетическая «идеальная», абсолютно верная модель должна в максимальной степени удовлетворять всем частным критериям и ограничениям, функции желательности которых в этом случае должны принимать

максимальные значения, равные единице. Тогда из (3.4) следует, что для "идеальной" модели выполняется $D_{u,i\theta}(\bar{X}_i, \bar{Q}) = 1$, $i = 1, \dots, N$. Для любой реальной модели $D_{i\theta} \leq D_{u,i\theta}$, причем, чем ближе оценки $D_{i\theta}$ к $D_{u,i\theta}$, тем выше качество исследуемой модели в точке \bar{X}_i . Поэтому $D_{i\theta}$ можно рассматривать как меру близости модели к "идеальной" в i -ой точке опыта, что позволяет ввести в области эксперимента нечеткое множество $DD = \{D_{i\theta}/\bar{X}_i\}$, $i = 1, \dots, N$, в котором $D_{i\theta}$ можно интерпретировать как степень принадлежности точки \bar{X}_i области эффективности модели, или как степень удовлетворения требований к модели в точке \bar{X}_i . Тогда, используя принципы лингвистической аппроксимации [47], нечеткому множеству DD можно поставить в соответствие утверждение "модель адекватна на множестве эксперимента $\{\bar{X}_i\}$, $i = 1, \dots, N$ ". Поскольку адекватность в нашем случае включает требования физичности, то высокая оценка качества модели на множестве $\{\bar{X}_i\}$ дает серьезные основания судить о ее работоспособности и в более широкой области значений входных контролируемых переменных.

Поскольку $D_{i\theta} \leq 1$, утверждение об адекватности модели имеет относительный характер. Поэтому, используя лингвистическую интерпретацию нечеткого множества DD , можно ввести оценку качества модели на $\{\bar{X}_i\}$, опираясь на количественный эквивалент степени определенности (истинности) высказывая об адекватности модели. Для этого можно воспользоваться мерой нечеткости, введенной Р.Егером [330]. Однако использование напрямую предложенных им выражений (1.24), (1.25) приводит к противоречиям, так как степени определенности прямого и обратного утверждений об адекватности модели на множестве $\{\bar{X}_i\}$ оказываются равными.

Поскольку $\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$, выражение (1.24) при $p = 1$ в нашем случае можно представить в виде

$$D_p(DD) = \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N |2D_{i\theta} - 1| \right). \quad (3.5)$$

Из (3.5) следует, что для полностью адекватной модели ($D_i = 1$), и для совершенно непригодной ($D_i = 0$), для D_p получаем одно и то же численное значение. Опуская в (3.5) операцию взятия абсолютной величины, можно получить разные по знаку оценки определенности прямого и обратного высказывания, однако это также не решает проблему из-за трудностей разумной интерпретации отрицательных значений меры определенности.

Поэтому (3.5) целесообразно преобразовать таким образом, чтобы для "идеальной" модели $D_P(DD)$ равнялось единице, для абсолютно непригодной - нулю.

Легко видеть, что этим требованием удовлетворяет соотношение

$$D_P(DD) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left((2D_{i\theta} - 1) \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right), \quad (3.6)$$

получаемое из (3.5) с помощью линейного преобразования и исключения операции взятия модуля. Нетрудно заметить, что (3.6) есть не что иное, как среднее по нечеткому множеству значение функции принадлежности

$$D_P(DD) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N D_{i\theta}. \quad (3.7)$$

Таким образом, мера определенности высказывания об адекватности модели оценивается как среднее на множестве данных опыта значение функции принадлежности точек эксперимента области эфферентности модели. Выражение (3.7) можно также интерпретировать как меру близости рассматриваемой модели к идеальной.

Отметим, что оценки вида (3.7) не всегда оказываются достаточными для правильного выбора лучшей модели. Так пусть на множестве точек эксперимента $\bar{X}_1, \dots, \bar{X}_N$ сравниваются модели Z_1 и Z_2 , причем для первой из них $D_{Z_1}(\bar{X}_i) = 1$ при $i = 1, 3, 5, \dots$ и $D_{Z_1}(\bar{X}_i) = 0$ при $i = 2, 4, 6, \dots$, а для второй $D_{Z_2}(\bar{X}_i) = 1/2$ при $i = 1, 2, \dots, N$. Очевидно, качество этих моделей будет разным, несмотря на то, что оценки $D_P(DD)$, вычисленные по (3.7), для них равны. Поэтому желательно, чтобы модель была адекватной как в среднем, так и равномерно по \bar{X}_i .

Однако, эти требования, представленные в количественной форме, трудно сопоставимы в предельных случаях, когда $D_i \approx 0$ и разброс D_i мал, а также при больших D_i и, одновременно, больших разбросах. В таких случаях в дополнение к оценке (3.7) можно использовать критерий $D_{1,2}(Z_1, Z_2)$, равный отношению числа точек, в которых одна модель лучше другой. При этом информация о том, насколько одна из моделей лучше или хуже другой в точках \bar{X}_i не должна использоваться в $D_{1,2}(Z_1, Z_2)$, так как она уже учтена неявно в оценках типа (3.7).

Критерий, обладающий такими свойствами, представим в виде

$$D_{1,2}(Z_1, Z_2) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\left(1 - \text{sign}(D_{Z_1}(\bar{X}_i) - D_{Z_2}(\bar{X}_i)) \right) / 2 \right). \quad (3.8)$$

Оценки типа (3.7) и (3.8) могут быть тем или иным образом свернуты для построения агрегированного критерия качества модели. При использовании пассивного эксперимента может оказаться, что условия проведения каждого из $i = 1, \dots, N$ экспериментов характеризуются вероятностью их реализации P_i . С другой стороны, опыты могут проводиться в разное время, с разной точностью и полнотой измерений при различной степени контроля за влиянием внешних воздействий и т.д., причем, анализ этих обстоятельств, при необходимости, может быть обобщен путем формирования функции $\mu(\bar{X}_i)$, $i = 1, \dots, N$, имеющей смысл степени принадлежности \bar{X}_i "хорошо проведенным экспериментам". Тогда $D'_{i\theta} = \min(\mu(\bar{X}_i), D_{i\theta})$ - можно рассматривать как степень принадлежности \bar{X}_i "хорошим экспериментам", в то же время подтверждающим модель.

В этом случае, используя правила оперирования характеристиками неопределенностей статистической и нечеткой природы (1.33), обобщая (3.7), получим

$$D_p(DD) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N P_i \min(\mu(\bar{X}_i), D_{i\theta}).$$

В последнем выражении учтена зависимость меры определенности высказывания об адекватности условий проведения экспериментов от вероятности их реализации.

Оценка качества модели может быть проведена также в случае отсутствия измеренных значений вектора выходных переменных \bar{Y} . Для этого требуется задание диапазона возможных изменений контролируемых переменных, критериев физичности моделей, а также значений выходных переменных \bar{Y}_{ni} , заведомо нереализуемых при используемом наборе \bar{X}_i , $i = 1, \dots, N$. Тогда критерий точности модели можно сформулировать как степень близости рассчитанных значений выходных переменных к \bar{Y}_{ni} . Используя их совместно с заданными критериями физичности, из выражений (3.4), (3.7) получается некоторая оценка качества модели D_p . При этом способе формирования критериев точности менее адекватные модели будут обеспечивать большие значения критерия D_p , т.е. обеспечивать близость расчетных данных к физически нереализуемым значениям при адаптивных параметрах, удовлетворяющих критериям физичности.

Все предыдущие рассуждения и выводы касались случая заданного вектора параметров разорванных связей $\bar{\Omega}$. Ранее указывалось, что оценка качества моделей должна проводиться на всем диапазоне допустимых изменений $\bar{\Omega}$ с учетом возможных предпочтений внутри него. Рассмотрим некоторую модель Z , с вектором разорванных связей $\bar{\omega}$, значения которого находятся в области $\bar{\Omega}$. Пусть $\mu(\bar{\omega})$ - функция, численно характеризующая предпочтительность тех или иных значений вектора $\bar{\omega}$ для оценки качества модели Z . Тогда, интерпретируя критерии вида (3.7) как функции принадлежности нечеткого множества адекватных моделей типа Z , зависящих от параметров $\bar{\omega}$, и используя правила оперирования с условными нечеткими множествами (глава 1), получим

$$D_{\Omega}(Z) = \sup_{\bar{\omega} \in \bar{\Omega}} \min(\mu(\bar{\omega}), D_p(Z/\bar{\omega})). \quad (3.9)$$

Оценка (3.9) наиболее удобна в тех ситуациях, когда предполагается автономное использование модели Z . В этом случае, после выбора наилучшей модели в неё следует подставлять значения $\bar{\omega}$, максимизирующие правую часть (3.9). Ясно, что при этом параметры разорванных связей играют ту же роль, что и адаптивные параметры.

Если предполагается использование модели Z в качестве подмодели более общей системы, изменяющей в процессе функционирования значения $\bar{\omega}$, оценку качества $D_{\Omega}(Z)$ следует рассчитывать как математическое ожидание $D_p(Z/\bar{\omega})$ на множестве $\bar{\omega} \in \bar{\Omega}$

$$D_{\Omega}(Z) = \left(\int_{\bar{\Omega}} \mu(\bar{\omega}) D_p(Z/\bar{\omega}) d\bar{\omega} \right) / \int_{\bar{\Omega}} d\bar{\omega}. \quad (3.10)$$

В случае дискретного множества $\bar{\Omega}$ выражение (3.10) примет вид

$$D_{\Omega}(Z) = \sum_{i=1}^L \mu(\bar{\omega}_i) D_p(Z/\bar{\omega}_i). \quad (3.11)$$

Как показано выше, оценка качества модели может проводиться с использованием самых разнообразных вариантов формирования глобального критерия. Кроме описанных сверток (3.8)-(3.10) можно рассматривать их модификации, основанные на применении аддитивного или мультипликативного способов агрегирования частных критериев в (3.3).

При этом идентичные по способу построения глобальные критерии можно рассматривать как самостоятельные оценки, если они основаны на экспериментальных данных, полученных в разное время с различной полнотой. Поэтому, как и в случае задач многокритериальной оптимизации, возникает проблема агрегирования информации, получаемой с помощью различных способов формирования обобщенного критерия.

Положим, что имеется K таких разных критериев $D_{\Omega Z}^i(Z), i = 1, \dots, K$ для M конкурирующих моделей $Z_j, j = 1, \dots, M$. Пусть $\mu(D_i)$ - функция предпочтительности, описывающая субъективные представления лица, принимающего решения о степени близости способа формирования глобального критерия D_i гипотетическому наилучшему варианту оценки качества модели, который отвечает всем априорным требованиям, даже не сформулированным на вербальном уровне. Тогда "идеальный" вариант глобального критерия, аналогично (2.10), представим через его свойства в виде нечеткого множества типа 2

$$D_u = \left\{ \frac{\mu(D_i)}{D_i} \right\}, \quad i = 1, \dots, K. \quad (3.12)$$

Далее, каждый из D_i , в свою очередь, представим как нечеткое подмножество, заданное на множестве конкурирующих моделей

$$D_i = \left\{ \frac{D_{\Omega Z_j}(Z_j)}{Z_j} \right\}, \quad j = 1, \dots, M. \quad (3.13)$$

где $D_{\Omega Z_j}(Z_j)$ - степень адекватности модели Z_j глобальному критерию типа D_i , оцененному на множестве параметров разорванных связей.

Учитывая, что в такой постановке задачи D_u является нечетким множеством типа 2, получим

$$D_u = \left\{ \frac{\mu_u(Z_j)}{Z_j} \right\}, \quad j = 1, \dots, M. \quad (3.14)$$

где

$$\mu_i(Z_j) = \max_i \left(\mu(D_i) D_{i\Omega}^j(Z_j) \right), \quad i=1, \dots, K. \quad (3.15)$$

Из (3.14) следует, что $\mu_i(Z_j)$ - степень принадлежности модели Z_j математическим моделям, удовлетворяющим идеальному критерию качества $D_{i\Omega}$. Очевидно, наилучшей будет модель, максимизирующая функцию $\mu_i(Z_j)$, как в наибольшей степени удовлетворяющая идеальному критерию качества.

После выбора наилучшей модели встает естественный вопрос об оценке адаптивных параметров этой модели. Для решения этой проблемы воспользуемся известными методами параметрической идентификации. На этапе выбора модели, т.е. в процессе структурной идентификации, используя описанную выше методику, получим информацию, достаточную для оценки параметров.

Пусть Z - модель, признанная наиболее адекватной и пусть θ_k - одна из компонент вектора адаптивных параметров, подлежащая идентификации. Тогда, если оценка качества модели на множестве параметров разорванных связей проводилась по формуле (3.9), то идентифицированное значение θ_k можно найти как математическое ожидание на множестве оценок модели в точках экспериментов

$$\theta_k(\bar{\omega}_M) = \frac{1}{\sum_{i=1}^N D_{i\theta}(\bar{X}_i, \bar{\omega}_M)} \sum_{i=1}^N \theta_{ik}^M D_{i\theta}(\bar{X}_i, \bar{\omega}_M) P_i, \quad (3.16)$$

где $\bar{\omega}_M$ - вектор параметров разорванных связей, максимизирующий правую часть (3.9); θ_{ik}^M - значения адаптивного параметра θ_k , входящего в вектор $\bar{\theta}_i$, максимизирующий правую часть (3.4) в точке \bar{X}_i .

В тех случаях, когда для оценки качества модели используется выражение (3.10), значения θ_k находятся как свертка (3.16) на множестве параметров разорванных связей

$$\theta_k = \frac{1}{D_\Omega(Z)} \sum_{i=1}^L \theta_k(\bar{\omega}_i) \mu(\bar{\omega}_i) D_P(Z/\bar{\omega}_i), \quad (3.17)$$

где $D_{\Omega}(Z)$ рассчитывается по формуле (3.11), $\theta_k(\bar{\omega}_i)$ по (3.16) при замене $\bar{\omega}_M$ на $\bar{\omega}_i$, $D_p(Z/\bar{\omega}_i)$ из выражения (3.7). Вывод формулы для оценки θ_k в случае непрерывного изменения $\bar{\omega}$ аналогичен и не вызывает затруднений.

Из (3.16), (3.17) следует, что в рамках предлагаемого подхода оценка параметров проводится с учетом пригодности различных точек эксперимента для идентификации через оценку качества моделей в этих точках. Это в итоге делает данную методику структурно-параметрической. В этом смысле ее можно рассматривать как некоторое обобщение традиционных методов идентификации.

Основные идеи описанного подхода могут быть использованы для разработки методики структурной идентификации упрощенных математических моделей второго типа, когда в качестве базиса сравнения используется не эксперимент, а результаты расчетов по некоторой более полной модели первого типа. Ясно, что последняя должна быть основой всех сравниваемых упрощенных моделей, получаемых из нее путем редукции.

Рассмотрим случай, когда "полная" и упрощенные модели имеют равное число идентичных по физическому смыслу параметров и переменных. Пусть имеются базовая модель первого типа с известными диапазонами изменения векторов $\bar{X}, \bar{\theta}, \bar{\Omega}$, структура которой может быть формально представлена в виде (3.1), и совокупность упрощенных моделей

$$\bar{Y}_i = f(\bar{X}, \bar{\theta}_i, \bar{\Omega}_i), \quad i = 1, \dots, L. \quad (3.18)$$

Структурная идентификация сводится к отысканию модели f_i , наиболее близкой по своим свойствам к исходной "полной" модели, следовательно, для одних и тех же значения вектора \bar{X} наилучшая приближенная модель должна давать минимальную невязку \bar{Y} и \bar{Y}_j при максимальной близости векторов $\bar{\theta}$ и $\bar{\theta}_j$, $\bar{\Omega}$ и $\bar{\Omega}_j$. Покроем пространство $\bar{\theta} \times \bar{\Omega}$ достаточно густой сетью точек $\bar{\theta}_k, \bar{\Omega}_k$, $k = 1, \dots, N$, на которой можно ввести функцию желательности $\mu_k(\bar{\theta}_k, \bar{\Omega}_k)$, являющуюся сверткой критериев физичности значений $\bar{\theta}$ и $\bar{\Omega}$. Тогда, представляя критерий точности f_i , как некоторую функцию желательности, зависящую от невязки \bar{Y} и \bar{Y}_j , а критерий физичности, как функцию невязок $\bar{\theta}$ и $\bar{\theta}_j$, $\bar{\Omega}$ и $\bar{\Omega}_j$, получим локальную оценку качества в виде некоторой функции $D_{ik}(\bar{X})$ путем максимизации в пространстве $\bar{\theta}_i \times \bar{\Omega}_i$ свертки всех частных критериев.

Сворачивая $D_{ik}(\bar{X})$ по \bar{X} , найдем общую оценку D_{ikx} , усредняя которую в пространстве $\bar{\theta} \times \bar{\Omega}$, аналогично (3.7), окончательно получим

$$D_i = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N D_{ikx} \mu_k . \quad (3.19)$$

Лучшая модель будет характеризоваться наибольшими значениями D_i , обеспечивая максимальное удовлетворение сформулированным критериям точности и физичности с учетом их ранжировки.

Нередко "полные" модели и их упрощенные аналоги имеют разное число адаптивных параметров и параметров разорванных связей. В этих случаях целесообразно ввести все несовпадающие компоненты векторов $\bar{\theta}$, $\bar{\Omega}$ и $\bar{\Omega}_i$ (не присутствующие одновременно в "полной" модели f и в приближенных f_i) в вектор параметров разорванных связей $\bar{\Omega}$. Компоненты $\bar{\theta}_i$, не входящие в f , следует рассматривать как адаптивные параметры моделей f_i . При этом в качестве дополнительного критерия при оценке моделей f_i можно ввести требование максимальной стабильности значений $\bar{\theta}_i$ в точках экстремума при варьировании вектора входных переменных.

Описанная методика структурной идентификации может оказаться полезной в тех случаях, когда объем экспериментальных данных недостаточен для проведения структурно-параметрической идентификации. В некоторых ситуациях хорошие результаты могут быть получены при объединении двух методик. Разработанные методики обладают достаточной гибкостью и сравнительно легко адаптируются к специфическим условиям конкретных задач.

§ 3.2. Моделирование и многокритериальная оптимизация процесса нагрева стальных слитков под прокатку

В качестве первого примера практической реализации описанной общей методологии моделирования и оптимизации рассмотрим задачу многокритериальной оптимизация качества процесса нагрева слитков перед прокаткой на стане 850 Белорусского металлургического завода [41].

Нагрев слитков осуществляется в методических газовых печах. Методическая печь с шагающими балками стана 850 предназначена для нагрева непрерывно-литых блюмов сечением 250x300 и 300x400 мм длиной от 2.5 до 5.5 м при шаге раскладки соответственно 150 и 200 мм. Общая длина печи 23 м. По расположению горелок она разделена на семь

участков, которые можно поделить на методическую, две сварочные и томильную зоны. Методическая зона печи неотопливаемая, сталь прогревается за счет теплоты дымовых газов, поступающих из высокотемпературных зон.

В связи с широким распространением автоматизированных систем управления процессами нагрева заготовок появилась необходимость в получении большого количества данных об изменении теплового и термомеханического состояний заготовок в печи. Создание экономичных режимов нагрева металла на действующих печах требует проведения большого числа экспериментов, что связано со значительными затратами труда, времени и средств. Вследствие этого решающее значение приобретают методы математического моделирования и оптимизации процессов нагрева металлов в проходных печах.

Математическая модель для расчета параметров качества нагрева слитков перед прокаткой [42] включает в себя:

- двумерное уравнение нестационарной теплопроводности в частных производных с граничными условиями третьего и четвертого рода;
- уравнение для расчета толщины образовавшейся окалины;
- систему уравнений для расчета термических напряжений.

Модель реализуется численно при использовании комбинации методов конечных разностей и конечных элементов.

Тепловая часть модели содержит неопределенные параметры: коэффициент конвективного теплообмена слитка с греющей средой, который в соответствии с литературными данными принимался равным $30 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C})$, и приведенный коэффициент излучения поверхности слитка - a , идентифицированный с помощью эксперимента. В результате идентификации получили значения a , изменяющиеся от зоны к зоне в пределах $1.7 \div 1.9 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C}^4)$ и обеспечивающие высокую точность расчета температур в нагреваемом слитке.

Уравнение для расчета толщины образовавшейся окалины δ принимали в виде [52]:

$$\frac{d\delta}{d\tau} = \frac{(\exp(-10125/T(\tau) + 7.25))^2}{2\delta},$$

где $T(\tau)$ – температура поверхности слитка.

Для оценки опасности возникновения трещин в слитке наряду с полем напряжений рассчитывали коэффициенты напряженного состояния $K_\sigma = (\sigma_i - \sigma_T(T)) / \sigma_T(T)$, где σ_i – интенсивность напряжений, σ_T – разрушающие напряжения. Рассчитанные для

форсированного режима изолинии K_{σ} показали, что растягивающие напряжения, возникающие в слитке в процессе нагрева, не достигают критических значений, приводящих к возникновению трещин. С точки зрения постановки и решения задачи оптимизации, полученный результат важен тем, что позволяет исключить из рассмотрения коэффициент напряженного состояния слитка как критерий качества процесса.

В итоге качество процесса оценивалось по трем основным частным критериям: минимизации толщины окалины, точности нагрева T и минимизации максимального перепада температур в слитке в момент выгрузки ΔT .

Функции желательности частных критериев качества процесса выбраны в виде, представленном на рис. 3.3.

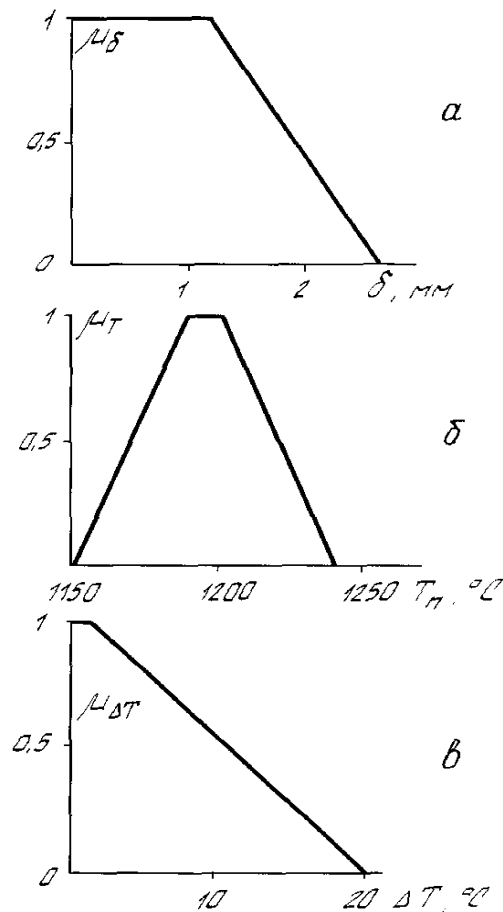


Рис. 3.3. Функции желательности критериев: а – по толщине окалины; б – по конечной температуре металла, в – по максимальному перепаду температур

Функция желательности критерия качества толщины окалины (рис 3.3а) означает, что допустимая ее толщина не должна превышать 1,3 мм. Толщина окалины свыше 2,5 мм,

неприемлема и функция желательности этого параметра линейно падает от 1 при 1,3 мм до 0 при 2,5 мм. Функция желательности критерия точности нагрева (рис. 3.3, б) отвечает ситуации, когда оптимальные температуры широкой грани слитка находятся в области $1190^{\circ}\text{C} \leq T \leq 1200^{\circ}\text{C}$. Температуры $T \leq 1150^{\circ}\text{C}$ или $T \geq 1250^{\circ}\text{C}$ недопустимы из технологических соображений. Промежуточные участки характеризуются монотонным убыванием функции желательности при приближении T к области недопустимых значений. Линейный закон убывания принят только из соображений простоты. При наличии какой-либо дополнительной информации о поведении функции желательности в промежуточных областях закон убывания может быть изменен. Аналогично построена зависимость для желательности критерия максимального перепада температур (рис 3.3в).

Реперные точки функции желательности критериев по толщине окалины и перепаду температур по толщине слитка при выгрузке были найдены на основе информации, полученной в численных экспериментах при варьировании переменных в областях допустимых значений.

Глобальный критерий качества был сконструирован на основе максиминной формулировки задачи оптимизации:

$$D = \min(\mu_{\delta}^{\alpha_1}, \mu_T^{\alpha_2}, \mu_{\Delta T}^{\alpha_3}). \quad (3.20)$$

Ранжировка локальных критериев по методике, описанной в главе 2, дала следующие значения коэффициентов относительной важности частных критериев: $\alpha_1 = 0.23$; $\alpha_2 = 1.43$; $\alpha_3 = 1.34$.

Решение задачи многокритериальной оптимизации сводилось к отысканию оптимальных тепловых режимов работы печи, обеспечивающих максимизацию глобального критерия качества D для различных производительностей печи P и температур загрузки в нее металла T_o . Оптимизируемыми характеристиками являлись температуры первой T_1 и второй T_2 сварочных зон. Температуры в томильной зоне печи $T_m = 1200^{\circ}\text{C}$ и в начале неотапливаемой зоны $T_n = 700^{\circ}\text{C}$ полагались неизменными. В итоге для каждой фиксированной пары P и T_o задача сводилась к отысканию оптимальных температур сварочных зон T_1 и T_2 . Изменение температур в пределах каждой из зон полагалось линейным.

Использование для решения задачи оптимизации математической модели, представляющей собой систему дифференциальных уравнений второго порядка в частных

производных, требует чрезвычайно больших затрат машинного времени. Для сокращения вычислений применялся двухэтапный подход. На первом этапе с использованием методов планирования эксперимента проводилась редукция исходной модели к эмпирико-статистической. Для этого использовались две серии численных экспериментов с исходной моделью при варьировании четырех факторов P , T_0 , T_1 , T_2 в технологически допустимых диапазонах. В первой серии экспериментов значения T_0 варьировали в пределах $20\div 400^\circ\text{C}$ (холодный посад), во второй серии значения T_0 изменялись в пределах $550\div 700^\circ\text{C}$ (горячий посад). В результате обработки данных численных экспериментов для холодного посада получены статистические модели в виде регрессионных зависимостей:

$$\begin{aligned} \delta = & 1.7 - 1.73 \cdot 10^{-2} x_4 + 4.1 \cdot 10^{-3} x_2 + 3 \cdot 10^{-3} x_1 + 2 \cdot 10^{-4} x_4^2 - 3.66 \cdot 10^{-5} x_2 x_4 - \\ & - 2.687 \cdot 10^{-5} x_1 x_4 + 7.736 \cdot 10^{-6} x_1^2 + 7.387 \cdot 10^{-6} x_2^2 - 1.2 \cdot 10^{-6} x_1 x_2 - \\ & - 2.1 \cdot 10^{-7} x_2 x_3 + 3.12 \cdot 10^{-6} x_3 + 8.71 \cdot 10^{-8} x_1 x_3 + 1.43 \cdot 10^{-7} x_3 x_4. \end{aligned} \quad (3.21)$$

$$\begin{aligned} T = & 1205 + 0.265 x_2 - 0.37 x_4 - 1.177 \cdot 10^{-2} x_4^2 + 5.75 \cdot 10^{-2} x_1 + 2.5 \cdot 10^{-3} x_1 x_4 + \\ & + 2.2 \cdot 10^{-3} x_2 x_4 + 5 x_3 + 3.1 \cdot 10^{-4} x_3 x_4 - 6.2 \cdot 10^{-5} x_1^2 - 4.8 \cdot 10^{-6} x_3^2 - \\ & - 9.1 \cdot 10^{-5} x_1 x_2 - 1.1 \cdot 10^{-5} x_1 x_3 + 5.4 \cdot 10^{-5} x_2^2. \end{aligned} \quad (3.22)$$

$$\begin{aligned} \Delta T = & 9.87 - 1.17 \cdot 10^{-2} x_2 x_4 + 2.9 \cdot 10^{-3} x_4^3 - 3 \cdot 10^{-3} x_1 x_4 - 3.24 \cdot 10^{-6} x_1^2 x_3 + \\ & + 1.58 \cdot 10^{-3} x_1 x_2 - 1.7 \cdot 10^{-4} x_1 x_4^2 + 6.3 \cdot 10^{-5} x_1 x_2 x_4 - 4.3 \cdot 10^{-4} x_3 x_4 + \\ & + 8.66 \cdot 10^{-5} x_2^3 - 3.9 \cdot 10^{-4} x_2 x_4^2 - 1.06 x_4 + 6.27 \cdot 10^{-5} x_2^2 x_4 - 1.2 \cdot 10^{-5} x_3 x_4^2 + \\ & + 2 \cdot 10^{-5} x_1 x_2^2 + 7.88 \cdot 10^{-6} x_2 x_3 x_4 + 5.5 \cdot 10^{-5} x_1 x_3 + 3.75 \cdot 10^{-6} x_1 x_2 x_3 + \\ & + 1.16 \cdot 10^{-4} x_2 x_3 + 2.94 \cdot 10^{-4} x_1^2. \end{aligned} \quad (3.23)$$

В выражениях (3.21) – (3.23): $x_1 = T_1 - 1195$; $x_2 = T_2 - 1235$; $x_3 = T_0 - 217.3$; $x_4 = P - 59.6$.

Для горячего посада получено:

$$\begin{aligned} \delta = & 1.8 - 1.22 \cdot 10^{-2} x_4 + 3.78 \cdot 10^{-3} x_2 + 4.78 \cdot 10^{-4} x_1 + 1.3 \cdot 10^{-4} x_4^2 - \\ & - 3.326 \cdot 10^{-5} x_2 x_4 - 4.7 \cdot 10^{-6} x_1 x_4 + 1.38 \cdot 10^{-6} x_1^2 + 6.9 \cdot 10^{-6} x_2^2 + \\ & + 4.3 \cdot 10^{-7} x_2 x_3 + 9.47 \cdot 10^{-7} x_1 x_2. \end{aligned} \quad (3.24)$$

$$\begin{aligned} T = & 1180 + 0.295 x_2 - 1.085 x_4 - 1.143 \cdot 10^{-2} x_4^2 + 7.4 \cdot 10^{-2} x_1 + 2.68 \cdot 10^{-3} x_1 x_4 + \\ & + 2.774 \cdot 10^{-3} x_2 x_4 + 1.88 \cdot 10^{-2} x_3 + 9.63 \cdot 10^{-4} x_3 x_4 - 5.1 \cdot 10^{-5} x_1^2 - 9.9 \cdot 10^{-5} x_1 x_2. \end{aligned} \quad (3.25)$$

$$\begin{aligned} \Delta T = & 37.47 - 3.7 \cdot 10^{-3} x_2 x_4 + 1.8 \cdot 10^{-2} x_4^3 - 0.126 x_1 - 0.39 x_2 - 4.7 \cdot 10^{-3} x_1 x_4 - \\ & - 5.36 x_4 - 3.9 \cdot 10^{-6} x_3^3 - 1.7 \cdot 10^{-3} x_3 x_4 + 8.4 \cdot 10^{-5} x_1^2 + 8.84 \cdot 10^{-5} x_2 x_4^2 - \\ & - 1.34 \cdot 10^{-6} x_1 x_2 x_3 + 1.65 \cdot 10^{-4} x_1 x_2 - 3.2 \cdot 10^{-5} x_3 x_4^2 + 6.53 \cdot 10^{-5} x_1 x_3 + \\ & + 1.34 \cdot 10^{-6} x_1^2 x_4 - 1.44 \cdot 10^{-5} x_1 x_4^2 + 2.18 \cdot 10^{-6} x_1 x_3 x_4 + 3.87 \cdot 10^{-6} x_1 x_2 x_4 - \\ & - 4.5 \cdot 10^{-5} x_3^2 + 8.3 \cdot 10^{-5} x_2 x_3. \end{aligned} \quad (3.26)$$

В выражениях (3.24) – (3.26): $x_1 = T_1 - 837$; $x_2 = T_2 - 1211$; $x_3 = T_0 - 625$; $x_4 = P - 60$.

Полученные регрессионные зависимости аппроксимируют результаты, полученные на исходной полной модели для случая нагрева стали 45, с погрешностями по выходной температуре T не выше 1%, по δ и ΔT не выше 5%. Это позволяет использовать выражения (3.21)-(3.26) при решении оптимизационной задачи вместо исходной модели, что сокращает затраты машинного времени в несколько тысяч раз.

Учитывая, что все показатели качества δ , T и ΔT зависят от факторов P , T_0 , T_1 , T_2 , глобальный критерий D представляется в виде:

$$D(P, T_0, T_1, T_2) = \min \left(\mu_{\delta}^{\alpha_1} (\delta(P, T_0, T_1, T_2)), \mu_T^{\alpha_2} (T(P, T_0, T_1, T_2)), \mu_{\Delta T}^{\alpha_3} (\Delta T(P, T_0, T_1, T_2)) \right). \quad (3.27)$$

В этом случае для каждой фиксированной пары P^*, T_0^* решением задачи оптимизации будут значения температур T_1, T_2 , максимизирующие D :

$$(T_1, T_2)_{opt} = \arg \max_{T_1, T_2} (D(P^*, T_0^*, T_1, T_2)) \quad (3.28)$$

Решение задачи оптимизации (3.28) отыскивалось методом последовательной квадратической аппроксимации [132].

Результаты решения задачи оптимизации для холодного посада сведены в таблицу 3.1.

Таблица 3.1. Результаты решения задачи оптимизации для холодного посада

$P, \text{ т/ч}$	$T_0, \text{ }^\circ\text{C}$	$T_1, \text{ }^\circ\text{C}$	$T_2, \text{ }^\circ\text{C}$	$\delta, \text{ мм}$	$T, \text{ }^\circ\text{C}$	$\Delta T, \text{ }^\circ\text{C}$	μ_{δ}	μ_T	$\mu_{\Delta T}$	D
60	100	1194	1242	1.33	1206	9.41	0.91	0.85	0.56	0.46
	200	1134	1257	1.46	1207	9.29	0.82	0.82	0.56	0.46
	300	976	1249	1.63	1193	1.64	0.69	1	0.97	0.46
	400	1011	1221	1.71	1189	1.22	0.63	0.99	0.99	0.48
80	100	1245	1260	1.34	1204	4.44	0.90	0.89	0.82	0.98
	200	1299	1236	1.39	1203	2.63	0.85	0.92	0.91	0.92
	300	1076	1275	1.76	1193	1.45	0.59	1	0.48	0.47
	400	1072	1262	1.66	1189	0.62	0.67	0.98	1	0.76

Из таблицы видно, что зависимость оптимальных значений T_1 и T_2 от исходной температуры металла T_0 имеет немонотонный характер, причем каких-либо отчетливых корреляций выявить не удалось. Эффективность полученных решений иллюстрируется рис. 3.4, на котором приведена зависимость величины глобального критерия качества от температуры T_1 в окрестности оптимума (сплошная линия). Для сравнения показано аналогичное распределение в окрестности центра плана (пунктирная линия). Расчеты проводились для режима $P = 60 \text{ т/ч}$, $T_0 = 400^\circ\text{C}$, $T_1 = 1011^\circ\text{C}$ при оптимальном режиме, $T_1 = 1100^\circ\text{C}$ в центре плана.

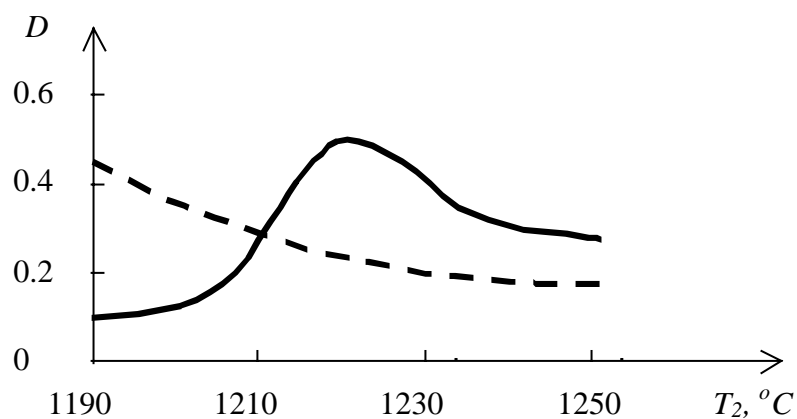


Рис. 3.4. Значения глобального критерия качества в окрестности найденного оптимума и центра плана

Из рис. 3.4 видно оптимум глобального критерия выражен весьма четко, и что оптимальное решение существенно лучше других. Это подтверждает эффективность разработанной методики многокритериальной оптимизации. Результаты решения рассмотренных задач оптимизации были использованы в технологической практике для совершенствования режимов нагрева под прокатку на Белорусском металлургическом заводе.

§ 3.3. Многокритериальная оптимизация процесса термообработки проката

Термическая обработка является последней операцией в технологической цепи производства катанки на проволочном блоке Белорусского металлургического завода. Правильный выбор режимов термообработки с учетом химического состава металла и его температуры после горячей прокатки должен обеспечить требуемые механические свойства катанки и размер зерна при ограничениях технологического характера на значения режимных параметров и процентное содержание основных компонентов состава стали.

Технологическая схема термообработки проката является двухстадийной. Она предусматривает ступенчатое водяное охлаждение в четырех секциях, расположенных между чистовой группой клетей и винтоукладчиком. Для выравнивания температурного поля по толщине проката между секциями предусмотрены разрывы (компенсационные участки). Установка режима охлаждения осуществляется включением необходимого количества форсунок в секциях водяного охлаждения. После охлаждения от температур

1010÷1070 до 750÷900°С на первой стадии прокат попадает на винтоукладчик, где бесконтактным способом измеряется его температура T , и образуются плоские витки. Далее происходит их менее интенсивное, чем на первой стадии, охлаждение воздухом на специальном транспортере.

Транспортер имеет 16 зон охлаждения, под зонами 1÷8 и 15, 16 установлены нагнетающие вентиляторы. Витки проката перемещаются роликовым транспортером в специальном туннеле, снабженном изолирующими крышками, закрывая и открывая которые можно регулировать скорость охлаждения.

В соответствии с этим, основными факторами, определяющими технологический режим термообработки катанки, являются:

относительные расходы воды в секциях водяного охлаждения $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$, измеряемые в процентах от максимального расхода при полном включении форсунок;

скорость движения витков по транспортеру v ;

относительное количество воздуха ε , нагнетаемого вентиляторами и измеряемое в долях максимально возможного количества;

степень охлаждения Δ , равная доле закрытых термоизолирующих крышек.

Основными показателями качества процесса являются следующие характеристики металла готовой катанки:

предел прочности σ_6 ;

относительное сужение ψ ;

относительное удлинение δ ;

размер зерна d ;

относительная толщина обезуглероженного слоя θ .

На первом этапе решения задачи оптимизации на основе данных промышленного эксперимента строилась регрессионная математическая модель, связывающая выходные показатели качества с факторами, определяющими технологический режим. Поскольку в рассматриваемом случае показатели качества во многом зависят и от исходного химического состава стали, в число варьируемых факторов включали процентное содержание основных легирующих компонентов C, Mn . Двухстадийность процесса термообработки позволила упростить его математическое описание.

Математическая модель участка водяного охлаждения первоначально отыскивалась в виде $T = f(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4)$, где f -регрессионный полином. При этом в ходе обработки эксперимента было установлено, что более простая по структуре модель

$$T = 950.32 - 26.79\gamma$$

где $\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4$, обеспечивает более точные результаты, чем первоначальная (максимальная погрешность этой модели 8%, исходной - 30%). Полученный результат намного упростил обработку данных, позволяя заменить всю совокупность факторов, определяющих режим водяного охлаждения, одной переменной T .

В результате обработки данных промышленных экспериментов для одной из марок стали, получены уравнения множественной линейной регрессии, связывающие входные и выходные переменные:

$$\sigma_s = 1251.74 + 0.14 \cdot T + 1336.35 \cdot C + 195.385 \cdot Mn + 1.988 \cdot \varepsilon - 1426.94 \cdot v - 1203.94 \cdot \Delta;$$

$$\delta = 0.169 - 0.00317 \cdot T - 23.55 \cdot C + 8.77 \cdot Mn + 0.0877 \cdot \varepsilon + 29.83 \cdot v + 23.97 \cdot \Delta;$$

$$\psi = 46.566 + 3.75 \cdot 10^{-3} \cdot T - 4.613 \cdot C + 26.34 \cdot Mn + 0.0814 \cdot \varepsilon - 16.327 \cdot v - 20.51 \cdot \Delta;$$

$$d = 0.349 - 3.749 \cdot 10^{-4} \cdot T - 0.1156 \cdot C + 7.429 \cdot 10^{-2} \cdot Mn - 2.8 \cdot 10^{-4} \cdot \varepsilon + 0.189 \cdot v + 0.166 \cdot \Delta;$$

$$\theta = 1.9 - 3.383 \cdot 10^{-3} \cdot T - 1.423 \cdot C - 0.357 \cdot Mn - 4.47 \cdot 10^{-2} \cdot \varepsilon + 4.496 \cdot v + 3.487 \cdot \Delta.$$

Приведенные уравнения адекватны по критерию Фишера; погрешность прогноза основных показателей качества σ_s , ψ , δ не превышает 10...15%, что говорит о достаточной точности полученных моделей. Следует отметить, что предпринятые попытки повысить адекватность модели путем построения регрессионных зависимостей второго и выше порядков не привели к значимому снижению погрешности.

Рассматриваемый процесс характеризуется наличием совокупности частных критериев качества и ограничений, которые в общем случае находятся в противоречии друг с другом, когда улучшение одного из них ведет к ухудшению другого и наоборот. Это неизбежно вносит элементы качественного, субъективного характера в постановку задачи оптимизации, в решение вопросов о компромиссе между частными критериями, об их ранжировке и свертке в обобщенный показатель качества процесса. Другим источником неопределенности являются сами частные критерии и ограничения, в создании которых неизбежно присутствует информация, основанная на опыте и интуиции лиц, ответственных за ведение процесса.

Поэтому постановка задач оптимизации осуществлялась с применением положений теории нечетких множеств [43].

Для формализации частных критериев и ограничений использовались функции желательности. На рис.3.5 представлены функции желательности наиболее важных показателей качества, отображающие, как и в рассмотренной выше задаче, усредненные требования к характеру протекания процессов.

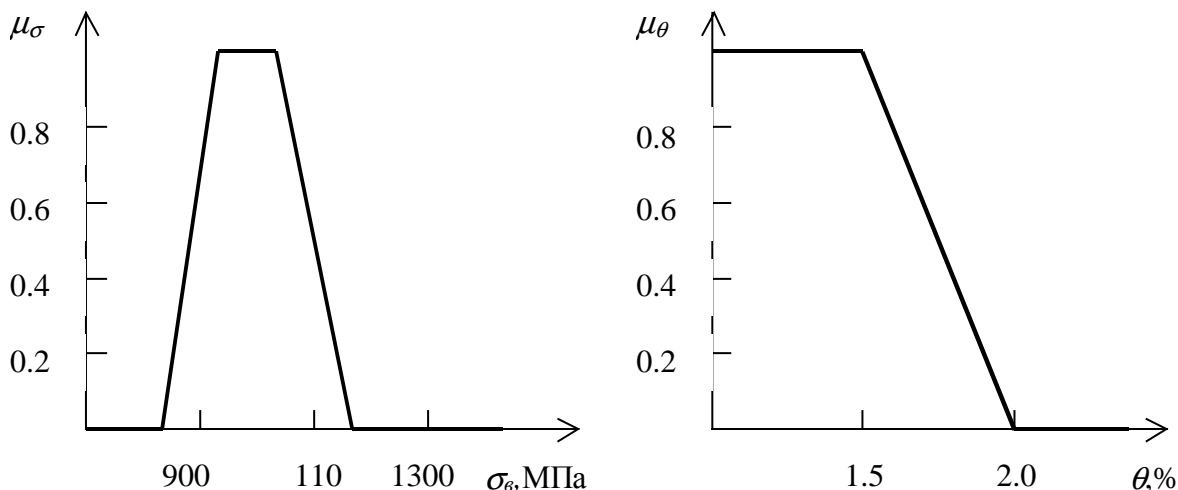


Рис. 3.5. Функции желательности частных критериев

Аналогично строились функции желательности остальных показателей качества - $\mu_\psi(\psi)$, $\mu_d(d)$, $\mu_\delta(\delta)$ и ограничений на содержание C и Mn : $\mu_C(C)$, $\mu_{Mn}(Mn)$. На варьируемые переменные T , v , ε , Δ накладывались обычные ограничения типа неравенств.

Поскольку сформулированные частные критерии и ограничения на практике удовлетворяются в различных областях изменения варьируемых параметров технологического процесса, оптимальное решение отыскивалось как некоторый компромисс противоречивых требований. Для этого частные критерии и ограничения агрегировались в обобщенный критерий качества процесса с учетом относительной важности удовлетворения различным требованиям .

Обобщенный критерий качества процесса был сконструирован в виде:

$$D(C, Mn, T, v, \varepsilon, \Delta) = \min(\mu_\sigma^{\alpha_1}(\sigma_b(T, C, Mn, v, \varepsilon, \Delta)), \mu_\delta^{\alpha_2}(\delta(T, \dots, \Delta)), \mu_\psi^{\alpha_3}(\psi(T, \dots, \Delta)), \mu_\theta^{\alpha_4}(\theta(T, \dots, \Delta)), \mu_d^{\alpha_5}(d(T, \dots, \Delta)), \mu_C^{\alpha_6}(C), \mu_{Mn}^{\alpha_7}(Mn)), \quad (3.29)$$

где $\alpha_1 \dots \alpha_7$ - коэффициенты относительной важности критериев и ограничений. Они находились с использованием лингвистической шкалы парных оценок значимости и матрицы парных сравнений в соответствии с методикой, изложенной в главе 2.

Искомая точка оптимума находилась максимизацией обобщенного критерия (3.29):

$$(C, Mn, T, \varepsilon, v, \Delta)_{opt} = \arg \max_{C, Mn, T, \varepsilon, v, \Delta} (D(C, Mn, T, \varepsilon, v, \Delta)). \quad (3.30)$$

Для отыскания максимума использовался метод последовательной квадратической аппроксимации [132], обладающий свойством сглаживания незначимых локальных экстремумов.

Первые результаты решения задачи оптимизации показали наличие ряда конкурирующих локальных оптимумов, причем каждый из них достигался при величинах ε , находящихся на верхней границе области допустимых значений. Это позволило снизить размерность факторного пространства, положив в (3.29) и (3.30) $\varepsilon = \varepsilon_{max}$, после чего было отыскано новое решение задачи оптимизации.

Результатом решения явилось сочетание семи значений технологических параметров, обеспечивающих наибольшую величину критерия D , равную 0.642.

Графическая иллюстрация зависимостей величины глобального критерия качества от значений параметров процессов в окрестности оптимума приведена на рис. 3.6, 3.7 (сплошные линии). Для сравнения приведены также значения D в окрестности центра плана эксперимента (пунктирные линии)

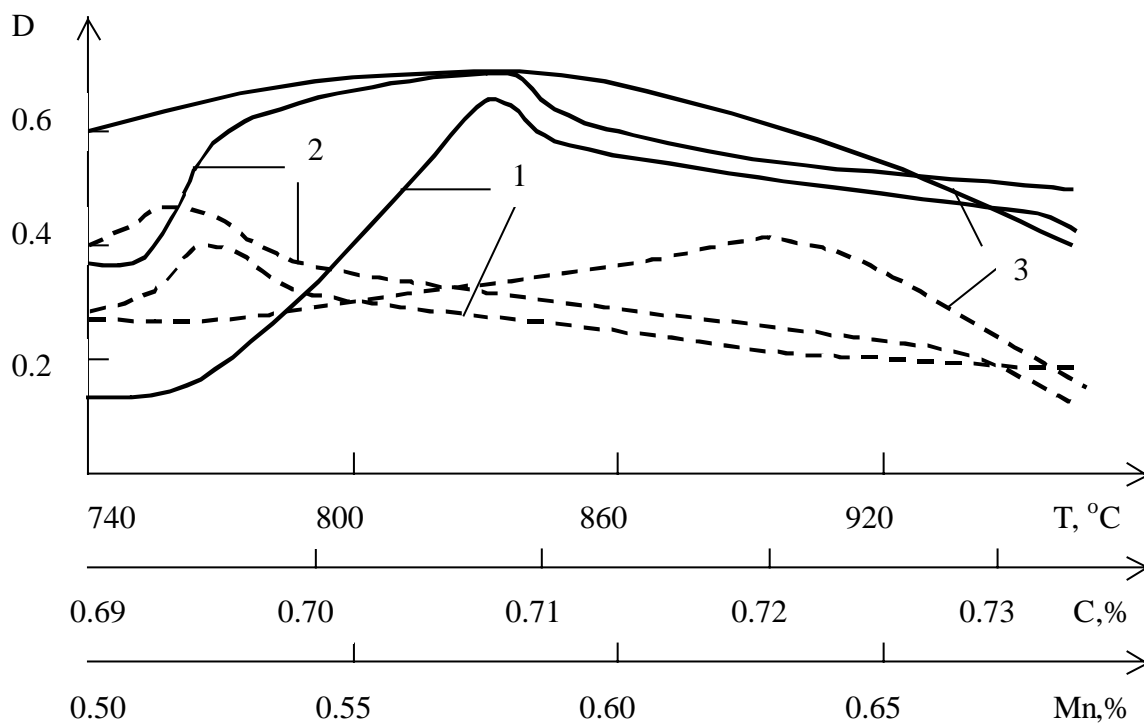


Рис 3.6. Чувствительность обобщенного критерия к вариации факторов:
 1 - $D(T)$, 2 - $D(C)$, 3 - $D(Mn)$. (Сплошные линии - в окрестностях оптимума;
 пунктирные - в окрестностях центра плана эксперимента).

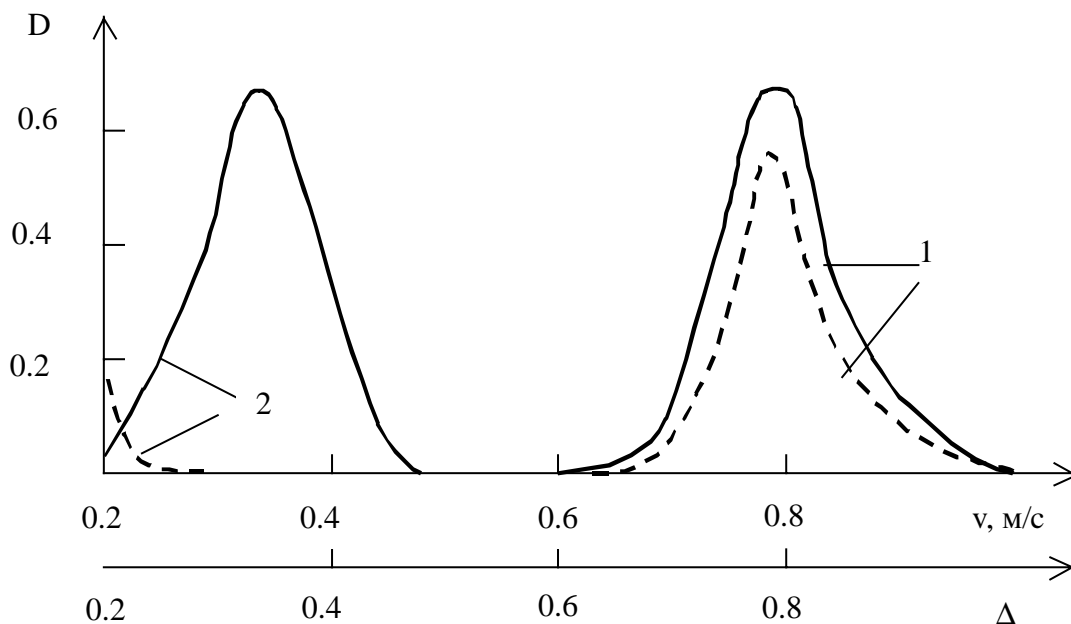


Рис 3.7 . Чувствительность обобщенного критерия к вариации факторов:
 1 - $D(v)$, 2 - $D(\Delta)$. (Сплошные линии - в окрестностях оптимума;
 пунктирные - в окрестностях центра плана эксперимента).

Видно, что разные параметры влияют на качество процесса существенно различным образом. Следует отметить слабую зависимость D в окрестностях оптимума от содержания C и Mn почти во всем диапазоне их допустимых значений и наличие широкой области изменения T , в которой критерий D также мало меняется и близок к максимуму. Из рис. 3.6 и 3.7 видно, что наибольшее влияние на значение критерия D оказывают вариации факторов ν и Δ . Их значения могут с высокой точностью поддерживаться при помощи имеющихся на участке термообработки систем автоматического регулирования. В таблице 3.2 приведены ранги и значения частных критериев качества, характеризующие вклад соответствующих параметров процесса в глобальный критерий D .

Таблица 3.2. Значения частных критериев μ и ранги относительной важности α в точке оптимума

Критерий	σ_s	δ	ψ	θ	d	C	Mn
α	2.64	1.65	1.00	0.69	0.45	0.32	0.25
μ	1.00	0.76	0.76	0.73	0.37	0.76	0.78

Результаты решения задачи оптимизации, представленные в таблице 3.2, свидетельствуют о хорошем соответствии степени удовлетворения наиболее важных частных критериев их исходной ранжировке. Видно, что данные таблицы 3.2 также характеризуют высокую значимость вклада в глобальный критерий D параметров σ и δ и низкую значимость величин C и Mn , что соответствует проведенному выше анализу. Полученные результаты использовались для совершенствования технологии термообработки проката после стана 320 Белорусского металлургического завода.

§ 3.4. Структурно-параметрическая идентификация процесса горячей прокатки алюминиевых сплавов

Объектом исследований являлся полунепрерывный стан 2800 горячей прокатки алюминиевых сплавов, состоящий из пяти клетей, в каждой из которых происходит пластическое деформирование металла. На вход линии прокатки поступают предварительно нагретые и обжатые в реверсивных клетях полосы, на выход поступает тонкая полоса, обычно сворачиваемая в рулон, являющаяся заготовкой для дальнейшей обработки. В нормальном режиме работы стана прокатываемая полоса находится одновременно во всех клетях, поскольку ее длина намного больше продольных размеров стана. Целями

моделирования являлись изучение закономерностей процесса, недоступных прямым экспериментальным исследованиям, и решение задач многокритериальной оптимизации технологического процесса на основе идентифицированных моделей.

Основными характеристиками процесса являются ограничивающие производительность энергосиловые параметры - усилия P и моменты M в клетях стана, а также связанные с ними толщина H_1 и температура полосы T_1 после очага деформации в этих клетях. Выходные переменные в каждой клетке формируются взаимосвязанными процессами в очаге деформации - пластическим формоизменением металла, вызванным этим тепловыделением и теплообменом полосы с рабочими валками. Входная температура T_{ex} определяется через выходную температуру предыдущей клетки с учетом охлаждения полосы эмульсией в межклетевом промежутке.

Стан непрерывной горячей прокатки состоит из последовательности рабочих клеток, в каждой из которых можно выделить четыре основных зоны (Рис. 3.8), характеризующих различные тепловые и деформационные процессы.

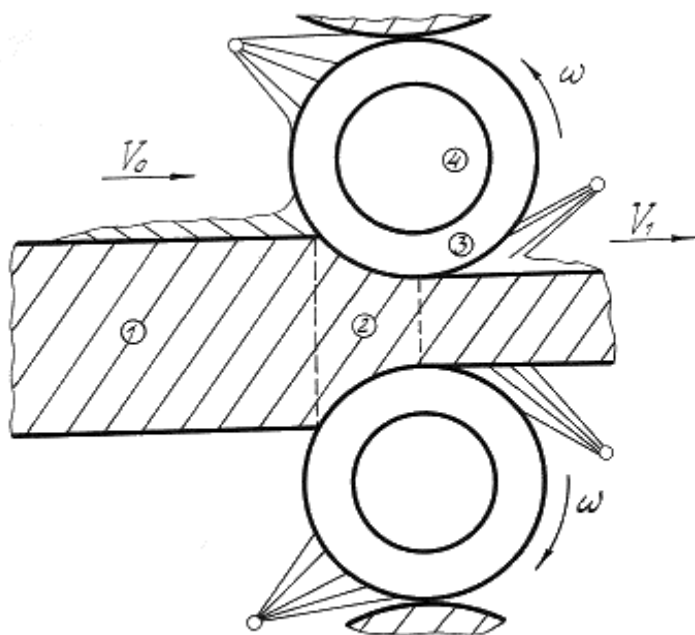


Рис. 3.8. Рабочая клетка прокатного стана

В зоне 1 осуществляется одностороннее охлаждение полосы эмульсией, в зоне 2 (очаг деформации) происходит пластическое формоизменение металла сопровождающееся тепловыделением и передачей тепла в валки.

В виду значительной скорости вращения валка ω температурное поле в основной его массе (зона 4) сохраняет осесимметричность, циклические же колебания температуры характерны лишь для сравнительно тонкой приповерхностной области (зона 3). Это явление характерное для процессов прокатки, может быть использовано для упрощения моделей.

Процесс горячей прокатки многостадийен, т.е. металл подвергается многократной деформации в рабочих клетях прокатного стана.

При этом определяющую роль играют процессы, протекающие в очаге деформации. Поэтому основное внимание уделялось построению моделей очага деформации, пригодных для их дальнейшего использования в оптимизации рассматриваемого технологического процесса.

Представленные в настоящем параграфе модели идентифицировались применительно к условиям работы стана 2800 горячей прокатки алюминиевых сплавов. Поэтому рассмотрению процессов в очаге деформации предшествует описание модели охлаждения полосы эмульсией (рис. 3.8, зона I).

В [101] экспериментальным путем выявлено, что в случае горячей прокатки алюминиевых сплавов определяющим фактором в охлаждении полосы вне очага деформации является ее теплообмен с эмульсией, влиянием остальных факторов можно пренебречь. Поэтому задачу теплообмена для каждой точки движущейся полосы вне зоны деформации сформулируем в виде

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial \tau} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad (3.31)$$

$$T|_{\tau=\tau_0} = T_0(x), \quad (3.32)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = 0, \quad \left. \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=H} = \alpha(T)(T_{жс} - T)|_{x=H}, \quad (3.33)$$

где ρ , C_p , λ - плотность, удельная теплоемкость и коэффициент удельной теплопроводности прокатываемого материала; H - толщина полосы; $T_{жс}$ - температура охлаждающей эмульсии; α - коэффициент теплоотдачи от полосы к эмульсии.

При рассмотрении охлаждения полосы эмульсией учитывался нелинейный характер зависимости коэффициента теплоотдачи α от температуры полосы T , обусловленный изменениями в режиме кипения эмульсии на поверхности полосы с изменением ее температуры. Следуя [101], для расчета $\alpha(T)$ использовалось выражение

$$\alpha(T) = 42 \left(1 + 10 \left(\frac{T - T_{жс}}{200} - 1 \right)^2 \right), \quad \frac{Вт}{м^2 \cdot ^\circ C}, \quad (3.34)$$

полученное в результате обработки большого числа экспериментальных данных по охлаждению эмульсией полосы, прокатываемой на стане горячей прокатки алюминиевых сплавов.

Решение нелинейной задачи (3.31)- (3.34) осуществлялось с помощью неявных разностных схем. Результаты расчетов, проведенных в широком диапазоне изменения переменных, охватывающем возможные режимы охлаждения полосы эмульсией на стане горячей прокатки алюминиевых сплавов, позволили сделать следующие выводы.

Во всех практически возможных режимах прокатки перепад температур по толщине охлаждаемой полосы не превышал $16^\circ C$, достигая этого максимального значения на входе в первую клетку непрерывного стана. В межклетевых промежутках перепад температур по толщине за счет охлаждения полосы не превышал $5^\circ C$. Столь незначительные перепады температур позволяют предположить, что на входе в очаг деформации достаточно задавать температуры, средние по толщине полосы. На основе этого была построена упрощенная модель охлаждения полосы эмульсией, характеризующая процесс теплообмена только средней по толщине температурой $T_{ср}$.

Уравнение (3.31) интегрировалось по x от 0 до H , после чего с использованием граничных условий (3.33) было получено

$$T_{ср} = T_{жс} + (T_0 - T_{жс}) \exp \left(- \frac{\alpha_0 \tau}{\rho C_p H} \right), \quad (3.35)$$

где $\alpha_0 = \alpha(T_0)$ (T_0 – температура полосы до охлаждения).

Расчеты показали, что при моделировании охлаждения полосы в межклетевых промежутка непрерывного стана. расхождения в значениях T_{cp} по моделям (3.3.1)-(3.3.4) и (3.35) не превышают 2-3°C.

Существенные различия в результатах расчетов по двум моделям получены в диапазоне параметров, характерном для охлаждения перед первой рабочей клетью непрерывного стана при временах охлаждения $\tau > 30$ с.

Для выполнения расчетов T_{cp} перед входом в очаг деформации была разработана модель, в которой T_{cp} перед входом в первую клеть непрерывного стана находилась путем решения нелинейной системы (3.31)-(3.34). В остальных случаях использовалось выражение (3.35).

При построении упрощенной модели для расчета тепловых и энергосиловых характеристик в очаге деформации последний рассматривался как объект с сосредоточенными параметрами. В этом случае расчетная зависимость температуры полосы T_1 на выходе из очага деформации от характеристик процесса представлялась в виде

$$T_1 = T_{ex} - \frac{2\alpha_1(T_{ex} - T_g)L_g}{\rho C_p H_{cp} V_g} + \eta \frac{P_{cp}}{\rho C_p} \ln\left(\frac{H_0}{H_1}\right), \quad (3.36)$$

где T_{ex} - температура полосы на входе в очаг деформации; L_g - длина дуги захвата металла валками; H_{cp} - средняя толщина очага деформации; V_g - линейная скорость движения образующей цилиндрической поверхности валка; T_g - температура валка; P_{cp} - среднее удельное давление металла на валки; η - коэффициент выхода тепла деформации, принятый в соответствии с рекомендациями [68], равным 0.85; α_1 - эффективный коэффициент теплоотдачи от полосы к валку через слой окиси и масляной пленки.

Второе слагаемое в (3.36) характеризует охлаждение полосы за счет теплоотдачи валку, третье слагаемое учитывает тепловыделение за счет энергии пластической деформации.

Соотношения для расчета геометрических, кинематических и силовых характеристик очага деформации принимались в виде:

$$H_{cp} = (H_0 + H_1)/2, \quad P = BL_g P_{cp}, \quad \varepsilon = (H_0 - H_1)/H_0, \quad V_0 = V_1 H_1/H_0, \quad (3.37)$$

$$V_1 = V_g(1 + S_H), \quad (3.38)$$

$$H_1 = S + CP, \quad (3.39)$$

$$L_g = \sqrt{(H_0 - H_1)R}, \quad (3.40)$$

$$u = \varepsilon V_0 (1 + S_H) / L_g, \quad (3.41)$$

$$S_H = L_0^2 (1 - L_g / 2\mu R)^2 / 4RH_1, \quad (3.42)$$

$$M = 2PL_g f_\psi \left(\frac{L_g}{H_{cp}} \right), \quad (3.43)$$

где H_{cp} , H_0 , H_1 - средняя, входная и выходная толщины очага деформации; V_0 , V_1 - входная и выходная скорости полосы; B - ширина полосы; ε - обжатие в клети; S_H - опережение; S - задаваемый раствор валков; C - модуль жесткости клети; R - радиус валка; u - скорость деформации; μ - коэффициент трения металла о валки; f_ψ - функция, имеющая вид квадратичного полинома, конкретная форма которого заимствована из [77].

Последняя формула в (3.37) является условием постоянства расхода металла в сечениях очага деформации (условие неразрывности). Формула (3.39) отражает тот факт, что итоговая толщина полосы после клети всегда выше задаваемого раствора валков S из-за упругих свойств клети и действующего на валки усилия P со стороны деформируемого металла. При расчете L_g в (3.40) не учтено сплющивание валков, что вносит, как показали численные оценки для исследуемого процесса, лишь незначительную погрешность порядка 2-3%. Формула (3.41) получена в [145] из простых геометрических соображений. Выражение (3.42) получено в [10] при допущении симметричной эпюры давления по длине дуги контакта.

Применение более сложных зависимостей, учитывающих натяжения, сплющивание валков нецелесообразно в данной модели ввиду отсутствия надежных данных о длине зоны прилипания - участка контакта, где отсутствует проскальзывание металла относительно валков. Формула (3.42) удобна тем, что расчетные опережения S_H малочувствительны к вариациям μ , значения которого при прокатке алюминиевых сплавов меняются в интервале от 0.1 до 0.7. В расчетах, следуя рекомендациям [73], принимали $\mu = 0.3$.

Для оценки удельных давлений использовали критериальное уравнение

$$P_{cp} = (2k_f - b_0\sigma_0 - b_1\sigma_{10})f\left(\frac{L_g}{H_{cp}}\right), \quad (3.44)$$

являющееся обобщением данных опыта. В (3.44) σ_1 , σ_2 - переднее и заднее натяжения полосы, соответственно; b_0 , b_1 - эмпирические константы, равные нулю при реверсивной горячей или бесслитковой прокатке; k_f - сопротивление пластическому сдвигу. Значения k_f находились из выражения

$$k_f = K_0 f_T(T_{cp}) f_\varepsilon(\varepsilon) f_u(u), \quad (3.45)$$

где f_T , f_ε , f_u - некоторые функции, аппроксимирующие данные опытов, конкретная форма которых для широкого диапазона алюминиевых сплавов представлена в [77]; K_0 - базовое значение k_f при выбранных базовых значениях T_{cp} , ε и u . В соответствии с результатами [77], функция f представлялась в виде:

$$f = 1.25 \left(\ln\left(\frac{1}{m}\right) + m \right) - 0.25, \quad (3.46)$$

$$m = \begin{cases} L_g/H_{cp}, & m \geq 1 \\ H_{cp}/L_g, & m < 1. \end{cases}$$

Модели типа (3.44)÷(4.45) являются обобщением экспериментальных данных, полученных в широком диапазоне изменения параметров процесса. Они обеспечивают достаточно высокую точность расчета P_{cp} и наиболее часто используются в отечественной инженерной практике. За рубежом более популярны приближенные выражения, полученные аналитическим путем [77], из которых наиболее часто используется формула Симса, обладающая теми же достоинствами, что и (3.44), т.е. малой чувствительностью к коэффициенту трения и высокой точностью в широком диапазоне изменения переменных:

$$P_{cp} = (2k_f - b_0\sigma_0 - b_1\sigma_1) \left[\frac{\pi}{2} b \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{b}\right) - \frac{\pi}{4} - b \sqrt{\frac{R}{H_1}} \ln\left(\frac{H_{cp}}{H_1}\right) + \frac{1}{2} b \sqrt{\frac{R}{H_1}} \ln\left(\frac{1}{1-\varepsilon}\right) \right], \quad (3.47)$$

$$b = \sqrt{\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}}.$$

Таким образом, построены две альтернативные модели: (3.36)-(3.46) - модель Z_1 и (3.45) ÷ (3.47) - модель Z_2 .

Проведем сравнительную оценку качества моделей Z_1 и Z_2 . Это имеет не только практический, но и теоретический интерес, поскольку позволяет ответить на вопрос о сопоставимости результатов в пределах класса моделей с сосредоточенными параметрами и дает возможность оценить целесообразность усложнения математических описаний этого типа.

Анализируемые модели представляют собой системы нелинейных алгебраических уравнений, решение которых осуществлялось численными методами. Исследование чувствительности моделей Z_1 и Z_2 к изменению входных переменных позволило сделать выводы, справедливые, вообще говоря, лишь в условиях горячей прокатки алюминиевых сплавов. Во-первых, влияние натяжений σ_0 и σ_1 пренебрежимо мало, и также незначительно влияние η в пределах допустимого диапазона. Наибольшее влияние на результаты расчетов оказывают K_0 и α_1 , являющиеся адаптивными параметрами моделей. Несколько меньше влияет T_g , представляющая собой в данном случае параметр разорванной связи, появившийся в результате упрощения задачи теплообмена полосы с валком.

Следует отметить, что зависимость (3.44) получена обобщением данных экспериментов, проведенных, в основном, на реверсивных станах, что не дает оснований уверенно судить об ее адекватности применительно к условиям исследуемого стана непрерывной горячей прокатки алюминиевых сплавов. Поэтому, с целью оценки пригодности критериальной зависимости (3.44) для оценки энергосиловых характеристик при прокатке на непрерывном стане 2800 была проведена серия экспериментов в широком диапазоне изменения технологических режимов и марок алюминиевых сплавов. Ввиду того, что при прокатке алюминиевых сплавов влияние натяжений σ_0 и σ_1 пренебрежимо мало, экспериментальная проверка адекватности выражения (3.44) сводилась к построению зависимости $P_{cp}/2k_f$ от отношения L_g/H_{cp} . При этом H_{cp} рассчитывалось по формуле

$$H_{cp} = (H_0 + S + (P - P_0)C + h_0)/2,$$

где h_0 - начальная установка продуктиметров (измерители раствора валков) при поджатии валков без металла при усилении P_0 . Затем по формуле (3.40) рассчитывали L_g . Из соотношения $P_{cp} = P/(BL_g)$ находили P_{cp} и по (3.45) определяли k_f . Ввиду отсутствия надежной информации о температуре полосы в промежуточных клетях при расчетах k_f использовали

среднюю температуру полосы в стане. Измерения и расчеты проводились для сплавов *Al*, *AMц*, *Д1*, *Д16*, *AMзб* для 56 экспериментальных точек. Результаты проведенных исследований представлены на рис. 3.9, где приведен также график, построенный по (3.44).

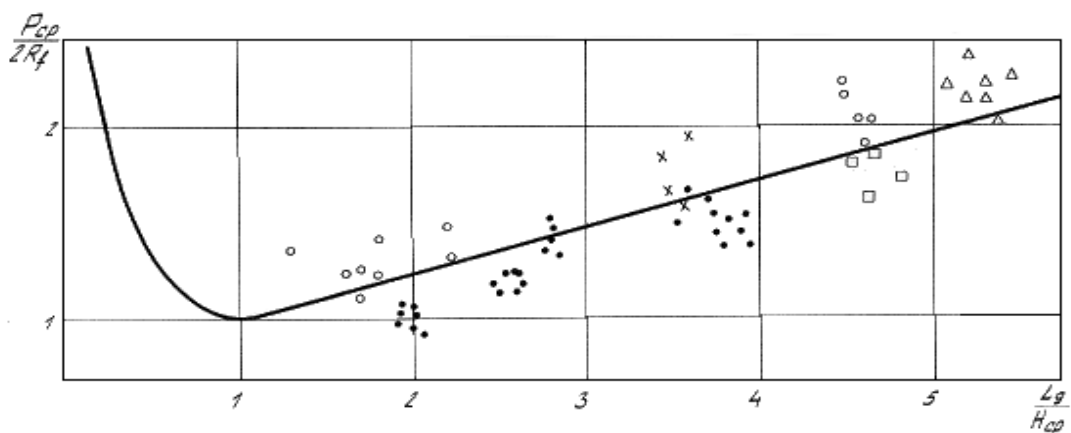


Рис.3.9. Проверка адекватности критериальной зависимости для расчета среднего удельного давления в непрерывной группе клетей для сплавов: \circ - *Al*; \bullet -*Д16*; \square -*Д1*; \times -*AMзб*; \triangle -*AMц*.

Из рисунка видно, что критериальная зависимость (3.44) удовлетворительно описывает данные, полученные в натурном эксперименте и может быть использована при расчетах тепловых и энергосиловых характеристик при горячей прокатке алюминиевых сплавов.

Перед проведением работ по структурно-параметрической идентификации предложенных моделей Z_1 и Z_2 , построенных на базе соотношений (3.44) и (3.47), необходимо убедиться в принципиальной возможности достижения на моделях такого класса достаточной точности расчетов основных характеристик процесса.

С этой целью на основе экспериментальных данных, полученных на непрерывной группе клетей стана 2800 была проведена параметрическая идентификация процесса с помощью модели Z_1 . При проведении экспериментальных исследований измерялись

геометрические размеры полосы; температура полосы перед входом в непрерывную группу клетей; растворы валков во всех клетях; скорости вращения валков; усилия на валках в последней клетке; температура полосы на выходе из последней клетки прокатного стана.

Отыскание численных значений параметров K_0 и α_1 , входящих в модель Z_1 , осуществлялось путем их идентификации по двум экспериментально измеряемым величинам - усилию на валках в последней клетке и температуре полосы на выходе из нее. При этом, в соответствии с рекомендациями [101], температура валка T_e задавалась равной 80°C . Методика идентификации сводилась к поиску значений K_0 и α_1 , минимизирующих отклонение расчетных значений температуры и давления от экспериментальных. Для этого использовался метод последовательной градиентной минимизации.

Описанным способом были найдены значения K_0 и α_1 для сплавов *Al*, *Д16* и *Ал2б* при использовании 10 экспериментов для каждого сплава. Итоговые значения K_0 и α_1 находились усреднением по экспериментам для каждого из сплавов. Последняя процедура не является, строго говоря, корректной, так как не обеспечивает минимизации найденными таким образом величинами K_0 и α_1 среднеквадратических отклонений расчетных и экспериментальных данных. Тем не менее, в рассматриваемом конкретном случае процедура усреднения дает вполне удовлетворительные для практики результаты.

Расчеты показали, что полученные значения адаптивных параметров находятся в пределах физически допустимых диапазонов их изменения. При этом значения α_1 оказались весьма близкими для разных сплавов, что объясняется незначительностью вариации теплофизических свойств у алюминиевых сплавов.

Результаты сравнения экспериментальных и расчетных данных, полученных на идентифицированных моделях (табл. 3.3), говорят о достаточной адекватности моделей с сосредоточенными параметрами, и возможности их использования для оптимизации тепловых и энергосиловых характеристик при прокатке. Следует отметить, что при некоторых незначительных изменениях разработанная модель может быть использована для расчета процесса прокатки сталей и других материалов.

Таблица 3.3. Сравнение экспериментальных и расчетных данных для непрерывной группы клетей

Спла в	Ширина B , м	Входная толщина H_p , мм	Входная температур а T_p , °C	Выходная толщина H_0 , мм		Усилие на валки P , 10^7 4H		Выходная температура $T_{вых}$, °C	
				экспе- римент	рас- чет	экспе- римен т	рас- чет	экспе- римент	рас- чет
<i>Al</i>	1.2	50	456	4.92	4.93	512	519	365	372
	1.5	50	450	5.73	5.75	477	485	345	361
	1.86	50	444	7.61	7.67	561	578	350	360
<i>Д16</i>	2.12	30	393	5.60	5.52	514	475	382	363
	2	35	405	7.67	7.50	499	417	375	361
<i>Ал2б</i>	17.7	35	430	5.46	5.35	450	400	390	395

Решение вопроса о выборе лучшей модели среди описанных выше конкурирующих моделей тепловых и энергосиловых характеристик процесса прокатки: Z_1 , основанной на критериальном уравнении для расчета среднего удельного давления металла на валки и Z_2 , основанной на уравнении Симса, опиралось на использование описанной выше методики структурно-параметрической идентификации.

Как указывалось выше, наибольшее влияние на результаты расчетов оказывают базовое сопротивление деформации K_0 и эффективный коэффициент контактного теплообмена между полосой и валком α_1 , являющиеся адаптивными параметрами. Несколько меньше влияет эффективная температура рабочего вала T_0 , представляющая собой в данном случае параметр разорванной связи, появившийся в результате упрощения задачи теплообмена полосы с валком.

Таким образом, сравниваемые модели Z_1 и Z_2 содержат по два адаптивных параметра и по одному параметру разорванной связи. Каждый из них характеризовался своими функциями желательности. В [71] указывается, что значения K_0 для одного и того же сплава могут колебаться в пределах 10% и более даже в течение одной плавки. Поэтому принимая за K_0 базовые значения из [77], а также учитывая данные работы [73], функция

желательности для адаптивного параметра K_0 представлялась в виде, показанном на рис. 3.10,а, где $\psi = (K_0 - K_{об}) / K_0$ при $K_0 \geq K_{об}$ и $\psi = (K_{об} - K_0) / K_0$ при $K_0 < K_{об}$ ($K_{об}$ - базовое значение K_0 из [77]).

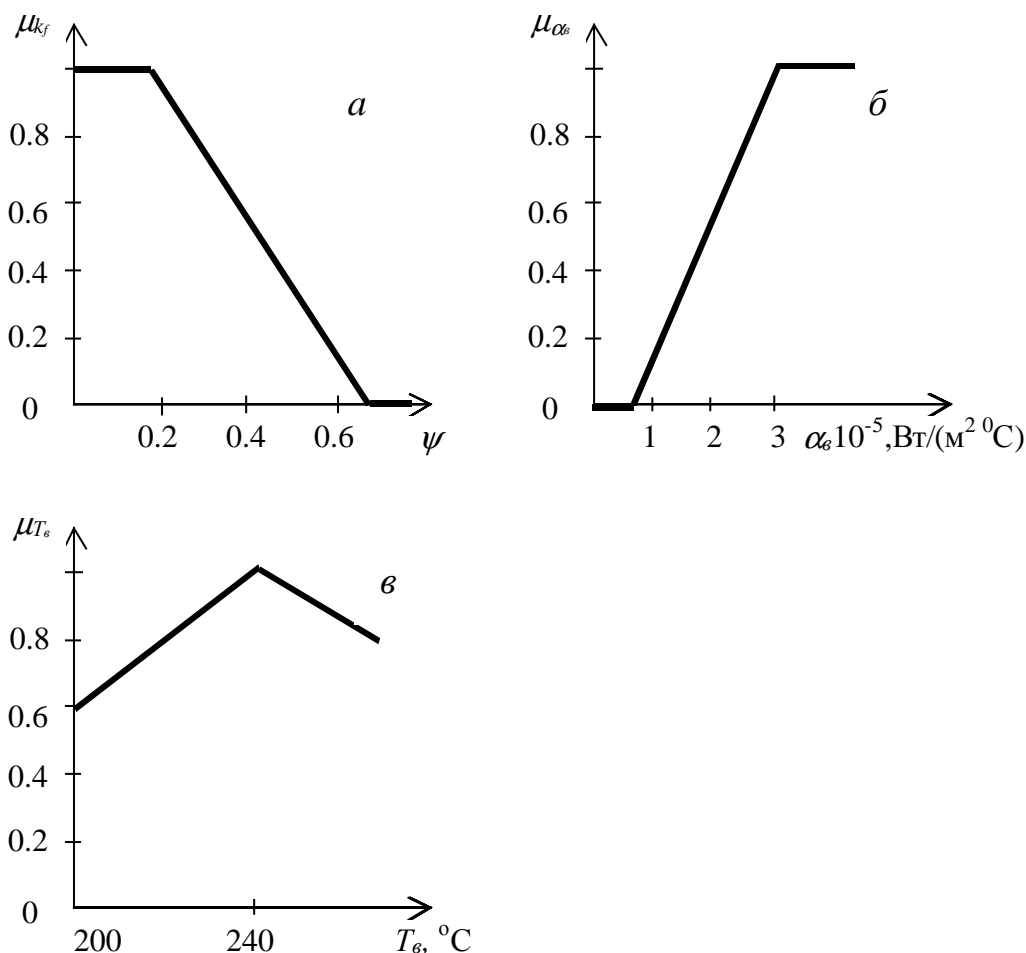


Рис. 3.10. Функции желательности параметров процесса.

Надежных расчетных или экспериментальных данных по численным значениям α_1 при горячей прокатке алюминиевых сплавов в настоящее время не имеется. В то же время в работе [65] для горячей прокатки сталей приводится $\alpha_1 = (11.6-93) \text{ кВт}/(\text{м}^2 \cdot \text{°C})$, согласно [135] для этого случая $\alpha_1 = (0.3-300) \text{ кВт}/(\text{м}^2 \cdot \text{°C})$, причем α_1 быстро растет со снижением температуры металла, что объясняется падением толщины окалины на его поверхности. При горячей прокатке алюминиевых сплавов на поверхности металла образуется легко разрушаемая в очаге деформации тонкая окисная пленка, обладающая значительно меньшим термосопротивлением, чем окалина. Поэтому в анализируемой ситуации значения α_1 должны быть намного большими, чем при горячей прокатке сталей. Это позволяет представить функцию желательности для α_1 в виде, показанном на рис. 3.10, б.

Наибольшей неопределенностью обладает параметр разорванных связей - температура валка T_6 . Опыт использования моделей Z_1 и Z_2 , и расчеты на базе более полных моделей с распределенными параметрами позволили ограничить диапазон варьирования T_6 в пределах 200-280°C. Соображения качественного характера позволили представить функцию желательности для T_6 в виде, показанном на рис. 3.10, в. Ввиду существенной неопределенности как в задании диапазона изменения T_6 , так и реперных точек функции желательности полагалось, что значения μ_{T_6} заданы на базовом множестве из трех точек 200, 240 и 280°C.

Для проведения структурно-параметрической идентификации использовались две группы опытных данных, полученных в результате пассивного эксперимента в разное время с различными наборами измерительной аппаратуры. В обоих случаях измерялись ширина полосы – B ; температура и толщина полосы перед первой клетью стана T_p, H_p ; растворы валков во всех клетях S_1, S_2, \dots, S_5 ; линейные скорости валков V_1, V_2, \dots, V_5 . В первой группе опытов из выходных переменных измерялись P_5 и T_5 -усилия на валках в пятой клетки и конечная температура полосы. Значения P_5 и T_5 находились путем усреднения показаний приборов на пульте оператора за время прохода полосы. Во второй группе опытов входные и выходные переменные находились путем подключения к локальным системам автоматике стана специального измерительного комплекса К-484/2. Полученные данные также усреднялись по длине полосы. В качестве выходных переменных измерялись усилия на валках во всех клетях P_1, P_2, \dots, P_5 .

Критерии точности измерения температуры μ_{T_5} и усилий μ_{P_i} ($i = 1, 2, \dots, 5$) представлены на рис. 3.11, где $\Delta P = P_p - P_3$ (P_p, P_3 - расчетные и измеренные усилия на валки); $\Delta T_5 = T_{5p} - T_{53}$ (T_{5p}, T_{53} - расчетные и измеренные температуры конца прокатки).

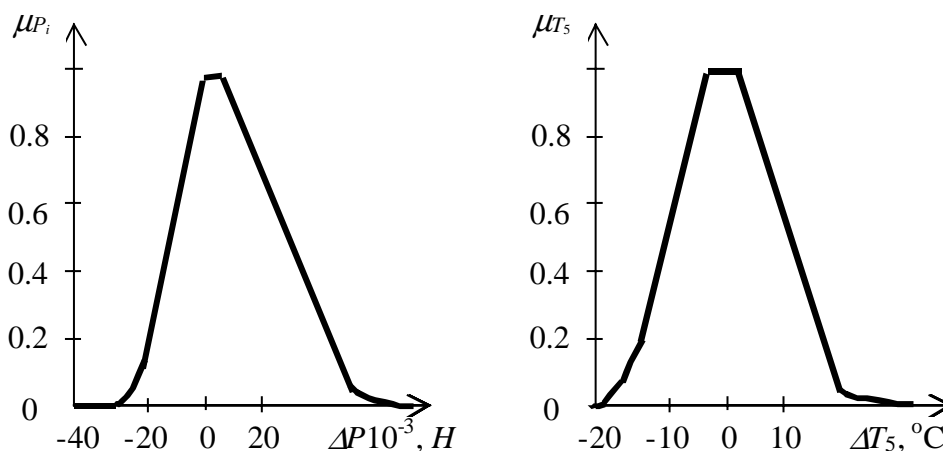


Рис. 3.11. Критерии точности моделей по усилию на валки и конечной температуре полосы

Видно, что зависимость $\mu_{P_i}(P_i)$ характеризуется заметной несимметричностью, что объясняется большей предпочтительностью завышенных расчетных усилий, чем заниженных.

Ввиду наличия двух групп опытных данных, различающихся по точности и составу измеряемых переменных, для каждой из серий экспериментов вводились собственные обобщенные критерии качества моделей D_1 и D_2 .

Для первой группы, состоящей из N_1 опытов, принимали

$$D_{1i}(T_{\%j}) = \max_{\alpha_{\%}, \dot{c}_0} \min(\mu_{T_5}^{\alpha_1}, \mu_{P_5}^{\alpha_2}, \mu_{K_0}^{\alpha_3}, \mu_{\alpha_{\%}}^{\alpha_4}), i = 1, \dots, N_1, j = 1, 2, 3. \quad (3.48)$$

Для второй группы из N_2 опытов полагалось:

$$D_{2i}(T_{\%j}) = \max_{\alpha_{\%}, \dot{c}_0} \min(\mu_P^{\beta_1}, \mu_{K_0}^{\beta_2}, \mu_{\alpha_{\%}}^{\beta_3}), i = 1, \dots, N_2, j = 1, 2, 3. \quad (3.49)$$

где $\mu_P = \left(\sum_{i=1}^5 \mu_{P_i}(P_i) \right) / 5$ - усредненное по клеткам значение критерия точности; j -

номер опорной точки базового множества T_{ϵ} ($T_1 = 200$, $T_2 = 240$, $T_3 = 280^\circ\text{C}$).

Коэффициенты относительной важности критериев находились с использованием матрицы парных сравнений по методике, описанной в главе 2.

В результате были получены: следующие ранги критериев: $\alpha_1 = 2.9$; $\alpha_2 = 0.7$; $\alpha_3 = 0.3$; $\alpha_4 = 0.17$; $\beta_1 = 2.5$; $\beta_2 = 0.3$; $\beta_3 = 0.19$.

Поиск экстремумов в (3.48), (3.49) осуществлялся методом адаптивной квадратической аппроксимации.

Первая серия опытов, на базе которой строился критерий D_{1i} , содержала измерения для 10 режимов прокатки $A1$ и 10 режимов прокатки сплава $AM\epsilon 6$, вторая серия - 10 режимов прокатки сплава $AM\epsilon 2$. С использованием полученных значений $D_{1i}(T_{\epsilon j})$ и $D_{2i}(T_{\epsilon j})$ для каждой из моделей Z_1 и Z_2 и для каждого из $T_{\epsilon j}$ в соответствии с (3.7) были получены оценки

$$D_k(T_{0j}, Z_L) = \frac{1}{N_k} \sum_{i=1}^{N_k} D_{ki}(T_{\%ij}, Z_L), L = 1, 2; j = 1, 2, 3; k = 1, 2, \quad (3.50)$$

где L - номер модели, k - номер группы опытов.

Модели Z_1 и Z_2 предназначены для решения задач оптимизации технологических режимов при автономном использовании. Поэтому оценка качества моделей на множестве $T_{\%ij}$ проводилась по формуле (3.9):

$$D_{kl} = \max_j \min \left(\mu_{T_{\%ij}}, D_k(T_{\%ij}, Z_L) \right). \quad (3.51)$$

На основе глобальных критериев качества D_1 и D_2 формировался "идеальный" критерий

$$D_i = \left\{ \frac{\mu(D_1)}{D_1}, \frac{\mu(D_2)}{D_2} \right\}. \quad (3.52)$$

Для функций желательности принимались значения $\mu(D_1) = 0.6$, $\mu(D_2) = 0.4$ поскольку критерий D_1 , несмотря на грубость и неполноту экспериментов первой серии, содержит оценку точности прогноза выходной температуры полосы T_5 - важной характеристики технологического процесса.

Используя (3.12)-(3.14), для нашего случая из (3.52) получаем:

$$D_i = \left\{ \frac{\mu(D_1)}{\left\{ \frac{D_{11}(Z_1)}{Z_1}, \frac{D_{12}(Z_2)}{Z_2} \right\}}, \frac{\mu(D_2)}{\left\{ \frac{D_{21}(Z_1)}{Z_1}, \frac{D_{22}(Z_2)}{Z_2} \right\}} \right\} = \left\{ \frac{\max(\mu(D_k) D_{kl})}{Z_L} \right\}, \quad k = 1, 2; \quad L = 1, 2. \quad (3.53)$$

После проведения всех вычислений получено $D_i = \left\{ \frac{0.449}{Z_1}, \frac{0.48}{Z_2} \right\}$, откуда следует, что

модель Симса лишь незначительно предпочтительнее модели на базе полуэмпирической критериальной зависимости для расчета P_{cp} . Можно утверждать, что на практике эти модели эквивалентны.

В табл. 3.4 приведены значения глобального критерия качества модели для различных режимов прокатки, а также погрешности лучшей модели после идентификации. Все данные табл. 3.4 получены для случая прокатки *Al*, расчеты по модели Z_2 (модель Симса) проводились при $T_в$, максимизирующем оценки (5.5).

Таблица 3.4. Оценка качества и погрешности модели

Номер режима	D_1	$\alpha_6 10^{-5}$, Вт/(м ² °С)	$K_0 10^{-7}$, Н/м ²	$T_{5з}$, °С	$T_{5р}$, °С	$T_{5р} - T_{5з}$, °С	$\frac{ T_{5р} - T_{5з} }{T_{5з}}$
1	0.916	2.28	2.59	350	361	11	0.03
2	0.895	2.05	2.52	355	372	17	0.05
3	0.896	2.07	2.70	358	342	-16	0.04
4	0.899	1.20	2.34	355	369	14	0.04
5	0.907	2.10	2.33	345	355	10	0.03
6	0.907	2.49	2.32	335	328	-7	0.02
7	0.926	2.63	2.46	335	329	-6	0.02
8	0.909	2.20	2.34	345	353	8	0.02
9	0.913	2.25	2.37	345	339	-6	0.01
10	0.910	2.22	2.38	350	357	-17	0.02

Приведенные результаты позволяют судить о высокой точности модели по выходной температуре (погрешность не выше 5%). Такие же погрешности характерны и для усилий прокатки. Для твердых сплавов типа *АМ25*, *Ам2б* погрешность модели возрастает и может в отдельных случаях достигать 10-12%. Таким образом модель обладает точностью, достаточной для ее использования при оптимизации процесса прокатки.

Важно отметить, что разработанные модели после идентификации в непрерывной группе клетей дают хорошие результаты и при исследовании процесса реверсивной прокатки (рис. 3.12). Характерной особенностью этого процесса является непостоянство скорости движения полосы, возрастающей от нуля до установочного значения при каждом проходе полосы. Как видно из рисунка, этот нежелательный эффект приводит к подстуживанию концов полосы и ее дальнейшей продольной разнотолщинности после непрерывной горячей прокатки. Поэтому при исследовании тепловых и энергосиловых процессов в реверсивных клетях исходная модель Z_2 была соответствующим образом модифицирована с использованием измеренных в опытах значений ускорения полосы после ее захвата валками и времени ее ускоренного движения.

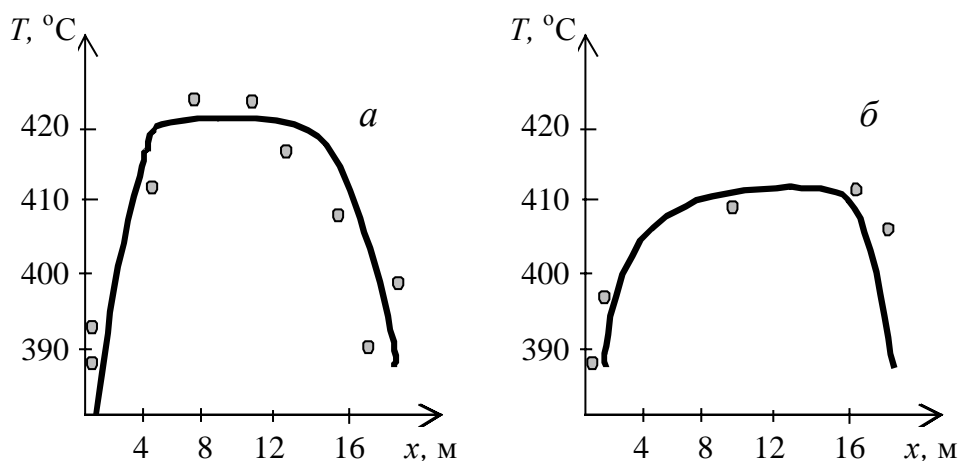


Рис.3.12. Сравнение расчетного распределения температуры по длине полосы после реверсивной группы клетей с экспериментом при прокатке алюминия – *а*; и сплава Д16 – *б*

Из рис. 3.12 видно, что погрешность модели и в этом случае невелика (измерения температур проводились штычковыми термопарами на поверхности широкой грани полосы). Проведенные исследования позволили выявить закономерности формирования температурной неравномерности по длине полосы и разработать способ реверсивной прокатки с поджатием конца полосы (а.с. № IOI3006), позволяющий существенно повысить однородность ее температурного поля и за счет этого снизить брак по продольной разнотолщинности.

Одним из наиболее важных результатов проведенных исследований явилось доказательство практической эквивалентности сравниваемых моделей Z_1 и Z_2 , откуда следует нецелесообразность дальнейшего структурного усложнения моделей с сосредоточенными параметрами, используемых для решения задач оптимизации режимов прокатки.

§ 3.5. Многокритериальная оптимизация непрерывной горячей прокатки алюминиевых сплавов

Решение задачи оптимизации осуществлялось с использованием математической модели Z_2 , описанной в параграфе 3.4, и идентифицированной в условиях прокатки на пятиклетевом стане 2800. Модель не требовала больших затрат машинного времени, поэтому ее редукция не проводилась.

Качество горячекатаной полосы определяется, главным образом, ее выходными характеристиками: толщиной полосы после прокатки H_5 и температурой после последней

клетей - T_5 . Кроме того, на значения целого ряда технологических параметров накладываются ограничения, вытекающие из условий надежности работы оборудования, требований увеличения выхода годного и т.д. Наиболее важными являются ограничения на усилия P_i и крутящие моменты M_i ($i = 1, \dots, 5$ - номер клетки), на толщину H_p и температуру полосы перед первой рабочей клетью T_p , ограничения на выходную скорость полосы V_5 - и сопротивления деформации K_f в последних двух клетях стана.

Задача оптимизации сводится к отысканию распределений обжатий S_i и скоростей прокатки V_i по клетям, обеспечивающих максимальное удовлетворение критериям качества и ограничениям.

Специфика процесса - прохождение металла через ряд последовательных клетей - позволяет рассматривать его как в определенной мере эволюционный и использовать для оптимизации метод динамического программирования.

Для формализации частных критериев и ограничений использовались функции желательности. При построении критерия качества по выходной температуре прокатки T_5 учитывалось, что начиная с $T_5 = 350^\circ\text{C}$ и выше в алюминиевых сплавах начинается интенсивный процесс рекристаллизации, приводящий к улучшению структуры горячекатаного металла. При этом установлено, что скорость рекристаллизации растет с температурой. Следовательно, с этой точки зрения увеличение температуры T_5 желательно, так как ведет к повышению качества продукции. С другой стороны, технологическая практика показывает, что в диапазоне $T_5 = 410-430^\circ\text{C}$ с ростом температуры увеличивается вероятность взаимного сваривания витков при смотке полосы в рулон.

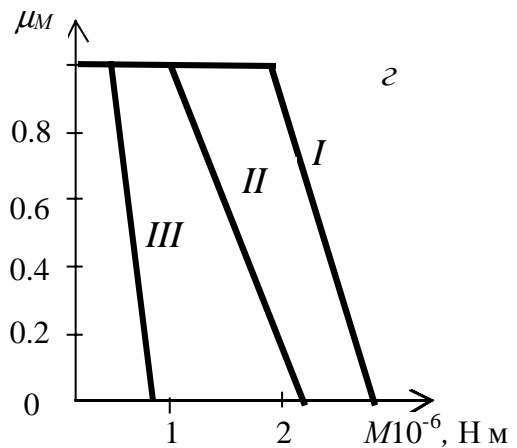
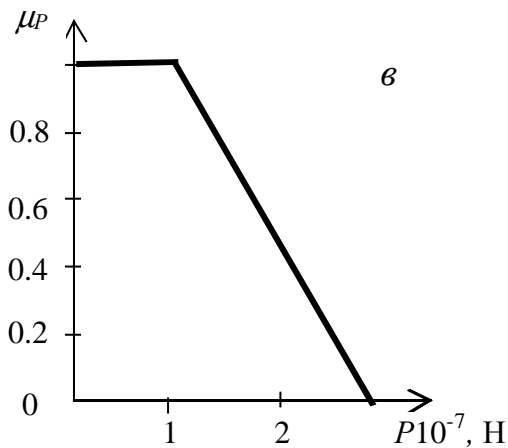
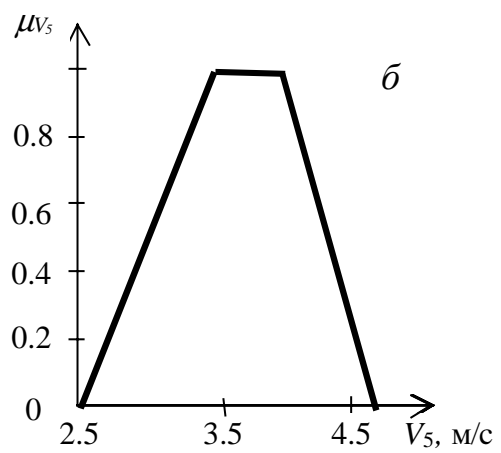
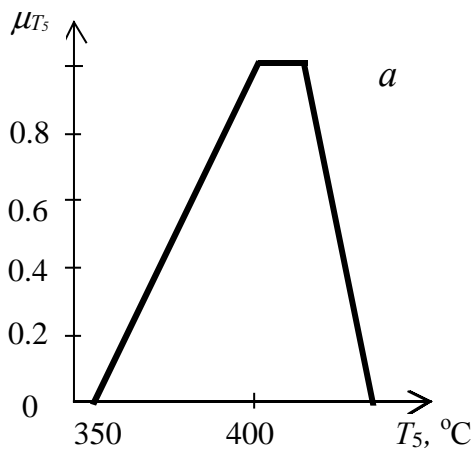
Отмеченные особенности процесса нашли свое отражение в функции желательности выходной температуры μ_{T_5} , приведенной (рис. 3.13,а).

На рис. 3.13,б представлена функция желательности μ_{V_5} для выходной скорости полосы V_5 . Она качественно отражает факт увеличения производительности с ростом V_5 в пределах от 2.5 до 3.5 м/с и снижение эффективности работы стана за счет нарастания брака при скоростях V_5 выше 4 м/с.

Функция желательности μ_{P_i} (рис. 3.13,в) формализует требование вести процесс с небольшими усилиями на валки для снижения вероятности выхода их из строя. При построении функций μ_{M_i} (рис. 3.13,г) учтена нежелательность перегрузки стана при слишком больших крутящих моментах. Отличия в μ_{M_i} для разных клетей связаны с различиями в их конструктивном исполнении. На рис. 3.13,д и рис. 3.13,е представлены

функции желательности μ_{T_p} и μ_{H_p} , отражающие естественное стремление вести прокатку при низких входных температурах и больших толщинах полосы.

Функция желательности μ_Z (рис. 3.13,ж) на качественном уровне отражает требование уменьшения наклепа в пятой клетки по сравнению с наклепом в четвертой, что должно способствовать улучшению структуры горячекатаной полосы. При выполнении этого требования можно рассчитывать на то, что при достаточно высокой выходной температуре T_5 небольшой остаточный наклеп будет устранен в процессе естественной динамической рекристаллизации.



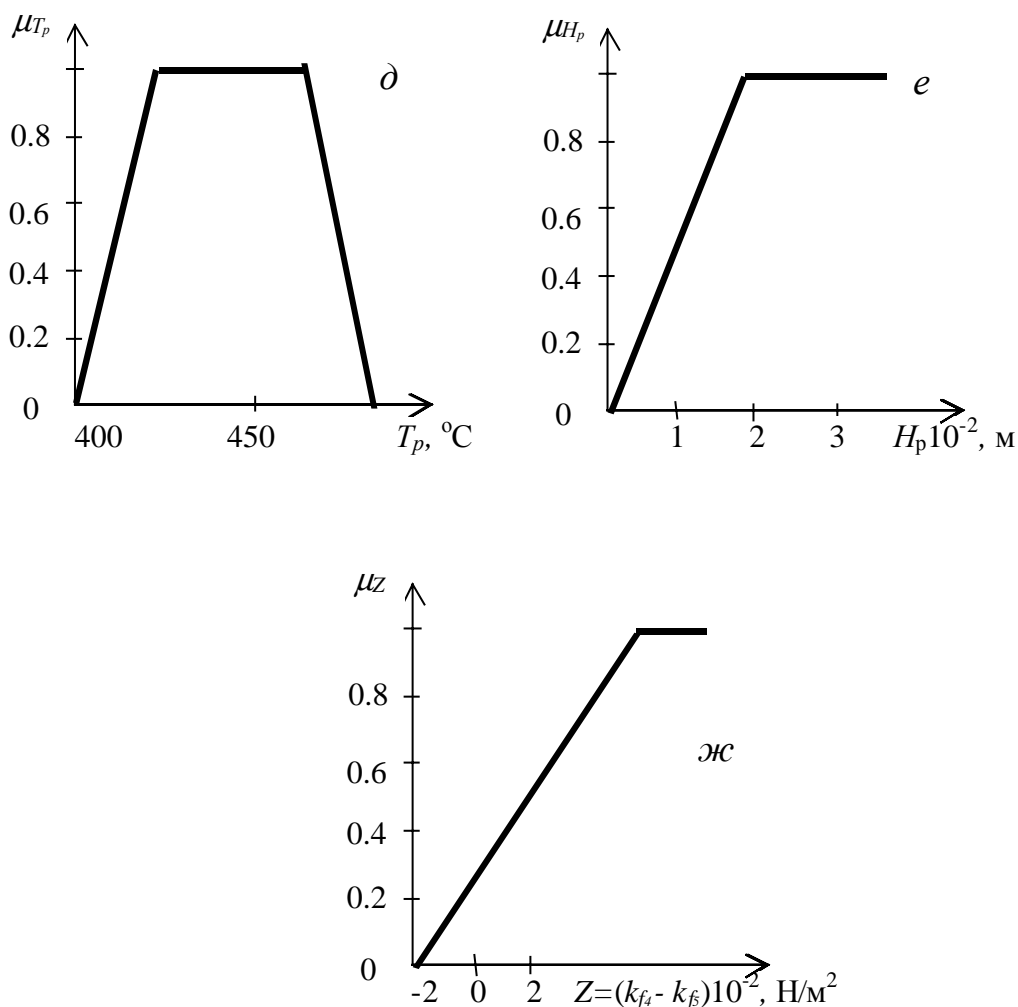


Рис. 3.13. Функции желательности при оптимизации горячей прокатки: I – $k = 1.2$; II – $k = 3$; III – $k = 4.5$ (k - номер клетки)

Выходную толщину полосы H_5 считали заданной, поэтому функция желательности μ_{H_5} не использовалась. Необходимые при постановке задачи коэффициенты относительной важности отыскивались по методике, описанной в главе 2, с помощью матриц парных сравнений.

Анализ уравнений математической модели Z_2 для расчета тепловых и энергосиловых процессов при прокатке, описанной в параграфе 3.4, позволяет представить ее в операторной форме, более компактной и удобной для постановки задачи оптимизации

$$T_k = f_T(T_{k-1}, H_k, H_{k-1}, V_k), \tag{3.54}$$

$$P_k = f_P(T_{k-1}, H_k, H_{k-1}, V_k), \tag{3.55}$$

$$M_k = f_M(T_{k-1}, H_k, H_{k-1}, V_k), \quad (3.56)$$

$$K_{fk} = f_k(T_{k-1}, H_k, H_{k-1}, V_k), \quad (3.57)$$

где k - номер клетки; T_k, P_k, M_k, K_{fk} - температура, усилие на валках, момент и сопротивление деформации, соответственно; H_{k-1}, H_k - толщина полосы на входе и выходе из k -ой клетки; V_k - скорость полосы на выходе из k -ой клетки.

Для уменьшения затрат машинного времени при использовании базовой модели (3.6)-(3.47) положим в уравнении (3.39) $C = 0$, то есть будем считать клетку абсолютно жесткой. Последнее допущение не будет в конечном итоге приводить к каким-либо погрешностям, поскольку, зная модуль жесткости C и истинное положение нажимных винтов, можно легко вычислить H_k после расчета давления металла на валки в каждой из клеток. В то же время введенное допущение позволяет проводить расчет системы уравнений модели без итераций по выходной толщине, что существенно сокращает затраты машинного времени.

Для удобства дальнейшего анализа преобразуем уравнения (3.54)-(3.57), используя формулы для относительных обжатий и удельного расхода металла в клетке:

$$\eta_k = \frac{H_{k-1} - H_k}{H_{k-1}}, \quad (3.58)$$

$$G_k = V_k H_k. \quad (3.59)$$

Перепишем выражения (3.58), (3.59) следующим образом:

$$H_k = H_{k-1}(1 - \eta_k), \quad (3.60)$$

$$V_k = G_k / H_{k-1}(1 - \eta_k). \quad (3.61)$$

Из (3.58), -(3.61) следует, что набор переменных $T_{k-1}, H_k, H_{k-1}, V_k$ в уравнениях (3.54)-(3.57) можно заменить на эквивалентный набор $T_{k-1}, H_{k-1}, G_k, \eta_k$.

Для упрощения дальнейших выкладок введем в качестве аргумента в (3.54)-(3.57) формальный вектор \vec{U}_k с компонентами

$$U_k^1 = T_{k-1}, \quad U_k^2 = H_{k-1}, \quad U_k^3 = G_k.$$

Тогда, учитывая (3.58), перепишем уравнения (3.54)-(3.57) в новой системе переменных

$$T_k = f_T(\vec{U}_k, \eta_k), \quad (3.62)$$

$$P_k = f_P(\vec{U}_k, \eta_k), \quad (3.63)$$

$$M_k = f_M(\vec{U}_k, \eta_k), \quad (3.64)$$

$$K_{f_k} = f_K(\vec{U}_k, \eta_k). \quad (3.65)$$

Введение новой системы переменных упрощает формулировку задачи и облегчает применение метода динамического программирования для решения задачи оптимизации, если \vec{U}_k интерпретировать как вектор состояния системы, а η_k - как управление.

Глобальный критерий качества для процесса горячей прокатки на пятиклетевом стане представим как свертку частных критериев по всем клетям

$$D = \mu_1 \wedge \mu_2 \wedge \mu_3 \wedge \mu_4 \wedge \mu_5. \quad (3.66)$$

При формулировке критерия (3.66) было принято, что достижение оптимума в каждой из клеток не зависит от ее номера. Следовательно, клетки полагаются равноценными с точки зрения достижения их собственных глобальных оптимумов.

Каждая из функций желательности $\mu_1 \div \mu_5$ представляется сверткой соответствующих функций желательности для частных критериев в рассматриваемой клетки, взятых с соответствующими рангами

$$\begin{aligned}
\mu_1 &= \mu_{H_0}^{\alpha_1}(H_0) \wedge \mu_{T_0}^{\alpha_2}(T_0) \wedge \mu_{P_1}^{\alpha_3}(P_1) \wedge \mu_{M_1}^{\alpha_4}(M_1) = \\
&= \mu_{H_p}^{\alpha_1}(U_1^2) \wedge \mu_{T_p}^{\alpha_2}(U_1^1) \wedge \mu_{P_p}^{\alpha_3}(f_p(\bar{U}_1, \eta_1)) \wedge \mu_{M_p}^{\alpha_4}(f_M(\bar{U}_1, \eta_1)) = \mu_1(\bar{U}_1, \eta_1),
\end{aligned} \tag{3.67}$$

$$\mu_2 = \mu_{P_2}^{\beta_1}(P_2) \wedge \mu_{M_2}^{\beta_2}(M_2) = \mu_{P_p}^{\beta_1}(f_p(\bar{U}_2, \eta_2)) \wedge \mu_{M_p}^{\beta_2}(f_M(\bar{U}_2, \eta_2)) = \mu_2(\bar{U}_2, \eta_2), \tag{3.68}$$

$$\mu_3 = \mu_{P_3}^{\beta_1}(P_3) \wedge \mu_{M_3}^{\beta_2}(M_3) = \mu_{P_p}^{\beta_1}(f_p(\bar{U}_3, \eta_3)) \wedge \mu_{M_p}^{\beta_2}(f_M(\bar{U}_3, \eta_3)) = \mu_3(\bar{U}_3, \eta_3), \tag{3.69}$$

$$\begin{aligned}
\mu_4 &= \mu_{P_4}^{c_1}(P_4) \wedge \mu_{M_4}^{c_2}(M_4) \wedge \mu_{Z}^{c_3}(K_{f_4}, K_{f_5}) = \\
&= \mu_{P_p}^{c_1}(f_p(\bar{U}_4, \eta_4)) \wedge \mu_{M_p}^{c_2}(f_M(\bar{U}_4, \eta_4)) \wedge \dots \wedge \mu_{Z}^{c_3}(f_k(\bar{U}_4, \eta_4), f_k(\bar{U}_5, \eta_5)) = \\
&= \mu_{P_p}^{c_1}(f_p(\bar{U}_4, \eta_4)) \wedge \mu_{M_p}^{c_2}(f_M(\bar{U}_4, \eta_4)) \wedge \dots \wedge \mu_{Z}^{c_3}(f_k(\bar{U}_4, \eta_4), f_k(f(\bar{U}_4, \eta_4), \eta_5)) = \\
&= \mu_4(\bar{U}_4, \eta_4, H_5).
\end{aligned} \tag{3.70}$$

При выводе (3.70) учитывалось, что

$$\eta_5 = (H_4 - H_5)/H_4 = (H_3(1 - \eta_4) - H_5)/H_3(1 - \eta_4) = (U_4^2(1 - \eta_4) - H_5)/U_4^2(1 - \eta_4).,$$

$$\begin{aligned}
\mu_5 &= \mu_{P_5}^{d_1}(P_5) \wedge \mu_{M_5}^{d_2}(M_5) \wedge \mu_{T_5}^{d_3}(T_5) \wedge \mu_{V_5}^{d_4}(V_5) = \\
&= \mu_{P_p}^{d_1}(f_p(\bar{U}_5, \eta_5)) \wedge \mu_{M_p}^{d_2}(f_M(\bar{U}_5, \eta_5)) \wedge \mu_{T_p}^{d_3}(f_T(\bar{U}_5, \eta_5)) \wedge \dots \wedge \mu_{V_p}^{d_4}(U_5^3/U_3) = \\
&= \mu_5(\bar{U}_5, \eta_5, H_5).
\end{aligned} \tag{3.71}$$

Таким образом, окончательно задача оптимизации прокатки формулировалась как поиск максимума функционала (3.66), когда состояние процесса описывается системой (3.62)-(3.65).

Решение задачи для заданной фиксированной выходной толщины полосы $H_5 = \text{const}$ осуществлялось в два этапа. На первом из них в соответствии с методом динамического программирования производилась условная оптимизация. Для нашего случая она сводилась к отысканию набора $\bar{U}_k, \eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4$, максимизирующего функционал D в выражении (3.66), т.е.

$$D(\bar{U}_1^M, \eta_1^M, \eta_2^M, \eta_3^M, \eta_4^M) = \max(\mu_1(\bar{U}_1, \eta_1) \wedge \dots \wedge \mu_2(\bar{U}_2, \eta_2) \wedge \mu_3(\bar{U}_3, \eta_3) \wedge \mu_4(\bar{U}_4, \eta_4) \wedge \mu_5(\bar{U}_5, \eta_5)). \quad (3.71)$$

В выражении (3.71) индексом M отмечено максимизирующее решение; в формулах для μ_4 и μ_5 опущена выходная величина H_5 , так как, будучи фиксированной, она не меняется при варьировании других переменных.

Рассмотрим алгоритм решения задачи, полагая, что $\bar{U}_1, \eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4$ меняются в заданных диапазонах. Для удобства введем обозначение $D(\bar{U}_1^M, \eta_1^M, \eta_2^M, \eta_3^M, \eta_4^M) = D^M$.

Используя (3.58), выражение (3.71) представим в виде:

$$D^M = \max_{\bar{U}_1, \eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4} (\mu_1(\bar{U}_1, \eta_1) \wedge \mu_2(\bar{U}_2, \eta_2) \wedge \mu_3(\bar{U}_3, \eta_3) \wedge \mu_4'(\bar{U}_4, \eta_4)), \quad (3.72)$$

$$\text{где } \mu_4^\circ(\bar{U}_4, \eta_4) = \mu_4(\bar{U}_4, \eta_4) \wedge \mu_5(f(\bar{U}_4, \eta_4), ((1-\eta_4)U_4^2 - H_5)/(1-\eta_4)U_4^2)) \quad (3.73)$$

Представим (3.72) следующим образом:

$$D^M = \max_{\bar{U}_1, \eta_1, \eta_2, \eta_3} (\mu_1(\bar{U}_1, \eta_1) \wedge \mu_2(\bar{U}_2, \eta_2) \wedge \mu_3'(\bar{U}_3, \eta_3)), \quad (3.74)$$

$$\mu_3'(\bar{U}_3, \eta_3) = \mu_3(\bar{U}_3, \eta_3) \wedge \max(\mu_4'(f(\bar{U}_3, \eta_3), \eta_4)). \quad (3.75)$$

Перепишем (3.74) в форме:

$$D^M = \max_{\bar{U}_1, \eta_1, \eta_2} (\mu_1(\bar{U}_1, \eta_1) \wedge \mu_2'(\bar{U}_2, \eta_2)), \quad (3.76)$$

$$\mu_2'(\bar{U}_2, \eta_2) = \mu_2(\bar{U}_2, \eta_2) \wedge \max(\mu_3'(f(\bar{U}_2, \eta_2), \eta_3)). \quad (3.77)$$

Окончательно выражение (3.76) запишем в виде

$$D^M = \max_{\bar{U}_1, \eta_1} (\mu_1'(\bar{U}_1, \eta_1)), \quad (3.78)$$

$$\mu_{12}'(\bar{U}_1, \eta_1) = \mu_1(\bar{U}_1, \eta_1) \wedge \max_{\eta_2} (\mu_2'(f(\bar{U}_1, \eta_1), \eta_2)). \quad (3.79)$$

Максимизируя критерий D^M в (3.78), находим значения \bar{U}_1^M и η_1^M , являющиеся решением задачи условной оптимизации. Затем из (3.58) получаем $\bar{U}_2^M = f(\bar{U}_1^M, \eta_1^M)$, и, максимизируя $\mu_2'(\bar{U}_2^M, \eta_2)$, отыскиваем η_2^M . Аналогично находим \bar{U}_3^M, η_3^M и \bar{U}_4^M, η_4^M . Значение \bar{U}_5^M находим из выражения $\bar{U}_5^M = f(\bar{U}_4^M, \eta_4^M)$, а η_5^M из соотношения $\eta_5^M = (U_4^2)^M (1 - \eta_4^M)$. В итоге получаем полный набор параметров $\bar{U}_1^M, \bar{U}_2^M, \bar{U}_3^M, \bar{U}_4^M, \bar{U}_5^M, \eta_1^M, \eta_2^M, \eta_3^M, \eta_4^M, \eta_5^M$, определяющий оптимальную в смысле сформулированных критериев схему прокатки на пятиклетевом стане.

Перейдем от абстрактной схемы решения задачи к конкретному рассмотрению алгоритма ее численного решения.

Как указывалось ранее, выходная толщина полосы полагалась постоянной $H_5 = \text{const}$. Диапазон изменений выходной скорости задавался в виде

$$V_{\min} \leq V_5 \leq V_{\max}, \quad (3.80)$$

где V_{\min} и V_{\max} ограничивают область ненулевых значений функции желательности μ_{V_5} .

Из неравенства (3.80), условия постоянства H_5 и уравнения неразрывности течения металла $G_k = G_{k+1}$ следует

$$G_{\min} \leq G_k \leq G_{\max}, \quad k = 1, 2, \dots, 5, \quad (3.81)$$

где $G_{\min} = V_{\min} H_5$; $G_{\max} = V_{\max} H_5$.

Полагалось, что на входе в любую клетку температура полосы находится в диапазоне:

$$T_{\min} \leq T_k \leq T_{\max}, \quad k = 1, 2, \dots, 5; \quad T_{\min} = 250; \quad T_{\max} = 500. \quad (3.82)$$

Изменение обжатий в каждой клетке ограничивалось в пределах:

$$\eta_{\min} \leq \eta_k \leq \eta_{\max}, \quad k = 1, 2, \dots, 5; \quad \eta_{\min} = 0.1; \quad \eta_{\max} = 0.6. \quad (3.83)$$

Из выражения (3.60), неравенства (3.83) и условия $H_5 = \text{const}$ следуют ограничения на толщину полосы при входе в клетку:

$$\frac{H_5}{(1-\eta_{\min})^{5-k}} \leq H_k \leq \frac{H_5}{(1-\eta_{\max})^{5-k}}, \quad k = 1, 2, \dots, 5. \quad (3.84)$$

Алгоритм решения сформулированной задачи состоял из следующего ряда последовательных этапов.

1. Путем вариации величин G_5 , η_5 , T_4 в допустимых для них диапазонах строились полиномиальные аппроксимации:

$$\begin{aligned} \mu_5(\bar{U}_5, \eta_5) = \mu_5(G_5, \eta_5, T_4) = \mu_p^{d_1} \left(f_p \left(T_4, \frac{H_5}{1-\eta_5}, G_5, \eta_5 \right) \right) \wedge \dots \\ \wedge \mu_M^{d_2} \left(f_M \left(T_4, \frac{H_5}{1-\eta_5}, G_5, \eta_5 \right) \right) \wedge \mu_{T_5}^{d_3} \left(f_T \left(T_4, \frac{H_5}{1-\eta_5}, G_5, \eta_5 \right) \right) \wedge \dots \wedge \mu_{V_5}^{d_4} (G_5 / H_5), \end{aligned} \quad (3.85)$$

$$K_{f_5}(\bar{U}_5, \eta_5) = K_{f_5}(G_5, \eta_5, T_4) = K_{f_5} \left(T_4, \frac{H_5}{1-\eta_5}, G_5, \eta_5 \right). \quad (3.86)$$

Варьирование параметров осуществлялось с использованием генератора равномерно распределенных случайных чисел. Зависимости (3.85), (3.86) отыскивались в виде полиномиальные аппроксимаций.

2. Путем вариации G_4 , η_4 , T_3 , H_3 в допустимых диапазонах находили аппроксимации

$$\begin{aligned} \mu_4(\bar{U}_4, \eta_4) = \mu_4(\bar{U}_4, \eta_4) \wedge \mu_5(G_5, \eta_5, T_4) = \mu_4(T_3, H_3 G_4, \eta_4) \wedge \mu_5 \left(G_4 \left((1-\eta_4) H_3 - H_5 \right) / \left((1-\eta_4) H_3 \right) \right), \\ f_T(T_3, H_3 G_4, \eta_4) = \mu_4'(T_3, H_3 G_4, \eta_4). \end{aligned} \quad (3.87)$$

Варьирование параметров и построение аппроксимации (3.87) производится так же, как и при получении (3.85), (3.86). При этом аппроксимация (3.86) использовалась на этом шаге при вычислениях μ_4 .

3. Путем вариации G_3 , η_3 , T_2 , H_2 в допустимых диапазонах отыскивалась зависимость

$$\begin{aligned}
\mu_3'(\bar{U}_3, \eta_3) &= \mu_3(\bar{U}_3, \eta_3) \wedge \max(\mu_4'(T_3, H_3, G_4, \eta_4)) = \\
&= \mu_3(T_2, H_2, G_3, \eta_3) \wedge \max(\mu_4'(G_3, \eta_4, f_T(T_2, H_2, G_3, \eta_3), (1-\eta_3)H_2)) = \\
&= \mu_3'(T_2, H_2, G_3, \eta_3).
\end{aligned} \tag{3.88}$$

Для поиска максимума μ_4' по η_4 использовался алгоритм последовательной квадратической аппроксимации.

4. Аналогично предыдущему этапу, путем варьирования величин G_2, η_2, T_1, H_1 находили

$$\begin{aligned}
\mu_2'(\bar{U}_2, \eta_2) &= \mu_2(\bar{U}_2, \eta_2) \wedge \max_{\eta_3}(\mu_3'(T_2, H_2, G_3, \eta_3)) = \\
&= \mu_2(T_1, H_1, G_2, \eta_2) \wedge \max(\mu_3'(G_2, \eta_3, f_T(T_1, H_1, G_2, \eta_2), (1-\eta_2)H_1)) = \\
&= \mu_2'(T_1, H_1, G_2, \eta_2).
\end{aligned} \tag{3.89}$$

Построение аппроксимации и поиск экстремума проводились, как и в предыдущем случае.

5. На последнем шаге условной оптимизации варьировали G_1, η_1, T_0, H_0 . В результате была построена зависимость

$$\begin{aligned}
\mu_1'(\bar{U}_1, \eta_1) &= \mu_1(\bar{U}_1, \eta_1) \wedge \max(\mu_2'(T_1, H_1, G_2, \eta_2)) = \\
&= \mu_1(T_0, H_0, G_1, \eta_1) \wedge \max(\mu_2'(G_1, \eta_2, f_T(T_0, H_0, G_1, \eta_1), (1-\eta_1)H_0)) = \\
&= \mu_1'(T_0, H_0, G_1, \eta_1).
\end{aligned}$$

После этого этапа проводилось прямое вычисление оптимальной схемы прокатки.

6. С помощью метода последовательной квадратической аппроксимации отыскивался набор $G_1^M, \eta_1^M, T_0^M, H_0^M$, максимизирующий функцию $\mu_1'(G_1, \eta_1, T_0, H_0)$, после чего вычислялись

$$T_1^M = f_T(G_1^M, \eta_1^M, T_0^M, H_0^M), \quad H_1^M = H_0^M(1 - \eta_1^M), \quad G_5^M = G_4^M = G_3^M = G_2^M = G_1^M.$$

7. Тем же методом, что и в предыдущем случае отыскивалось значение η_2^M , максимизирующее $\mu_{21}^i(G_2^M, \eta_2^M, T_1^M, H_1^M)$. Затем вычислялись величины

$$T_2^M = f_T(G_2^M, \eta_2^M, T_1^M, H_1^M), \quad H_2^M = H_1^M(1 - \eta_2^M).$$

Производя аналогичные вычисления на последующих стадиях решения задачи, находили искомый оптимальный режим прокатки, описываемый набором параметров $T_0^M, H_0^M, H_1^M, H_2^M, H_3^M, H_4^M, V_1^M, V_2^M, V_3^M, V_4^M, V_5^M$ (оптимальные скорости прокатки рассчитываются как $V_k^M = G_k^M / H_k^M$).

Описанный алгоритм решения задачи позволяет получать высокоэффективные режимы горячей прокатки, в достаточной степени удовлетворяющие основным критериям качества процесса. В табл. 3.5 приведены результаты оптимизации режимов прокатки одного из наиболее широко применяемых алюминиевых сплавов. Видно, что для оптимального режима получено $\mu_{V_5} = 0.8$; $\mu_{T_5} = 1$, т.е. основные критерии, определяющие производительность процесса и качество продукта, удовлетворяются почти полностью.

Таблица 3.5. Результаты расчета оптимального режима горячей прокатки сплава *Ал2*

Номер клетки	1	2	3	4	5
$H_k 10^3, \text{ м}$	55.1	34.6	14.3	5.8	3
$V_k, \text{ м/с}$	0.24	0.35	0.64	1.55	3.05
μ_{P_k}	1	0.32	0.45	0.67	1
μ_{M_k}	0.89	0.78	0.78	0.27	1
$P_k 10^{-7}, \text{ Н}$	0.77	1.28	2.12	1.76	1.09
$M_k 10^{-6}, \text{ Нм}$	2.2	2.4	1.34	0.69	0.25
$T_k, \text{ }^\circ\text{C}$	384	327	325	363	396

На рис. 3.14 приведено сравнение оптимального режима с базовой схемой прокатки, соответствующей традиционной технологии.

Как видно из рисунка, применение оптимального режима позволяет значительно повысить входную толщину полосы, что способствует разгрузке реверсивных клеток, тем самым, увеличивая производительность. Наиболее важным для практики результатом явилось увеличение температуры конца прокатки с 360 °С для старых режимов до 396 °С у новых. Это обеспечило эффективный самоотжиг полосы при сворачивании ее в рулон сразу

после последней клетки, что позволило ликвидировать операцию промежуточного отжига перед горячей прокаткой.

Разработанные оптимальные режимы горячей прокатки алюминиевых сплавов внедрены в производство на Самарском металлургическом заводе.

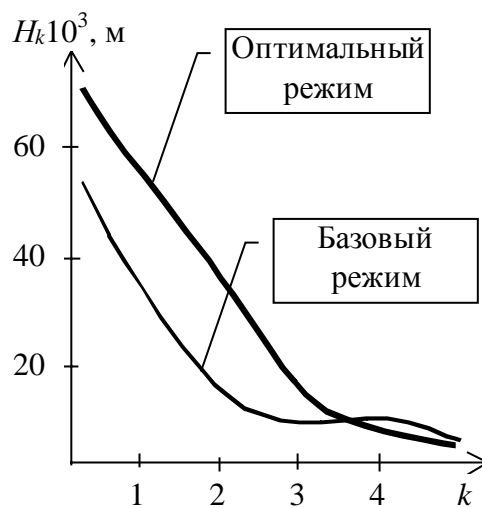


Рис. 3.14. Распределение толщины полосы по клетям