Оценка риска инвестиций для произвольно-размытых факторов инвестиционного проекта

Недосекин А.О., ст. консультант Siemens Business Services, к.т.н.
Кокош А.М., студент Пермского филиала ГУ ВШЭ

Введение

Перед тем, как поставить задачу оценки риска инвестиций для самого общего случая, когда параметры модели проекта имеют расплывчатый характер, укажем, что в ряде частных случаев эта задача уже решена:

- для треугольных чисел общего вида **[1]**, в том числе в аналитической форме **[2]**;
- когда эффект проекта – произвольно-размытый фактор, а нижнее ограничение на размер эффекта – точечное скалярное число **[3].**

Теперь мы пришли к необходимости и возможности решить задачу в постановке, когда и эффект и граничное условие проекта – нечеткие числа произвольного вида. Если неопределенность в части эффекта связана с непредсказуемостью проектных операций, то неопределенность в части граничного условия порождается отсутствием у владельца проекта четких представлений о нормативах его эффективности. При этом возникают частные случаи, когда один или оба числа (эффект и граничное условие) являются:

- интервалами;
- треугольными числами.

1. Интервальный случай

Не нарушая общности, будем говорить о том, что в качестве фактора эффективности проекта у нас выступает NPV – чистая современная ценность проекта. Разумеется, все сделанные здесь выкладки могут быть воспроизведены и для других показателей инвестиционного проекта.

Рассмотрим интервальный случай. Пусть $NPV = [NPV_1, NPV_2]$ – эффективность инвестиций, $G = [G_1, G_2]$ – граничное условие эффективности. Оценим возможность события $NPV < G$, что, собственно, и определяет риск того, что проект окажется неэффективным.

В фазовом пространстве (NPV, G) выделим прямоугольник, ограниченный левыми и правыми точками NPV и G. Этот прямоугольник представляет собой поле равновозможных событий, характеризующих результат инвестиционного процесса. На рис. 1 **[1]** показана заштрихованная зона неэффективных инвестиций, ограниченная прямыми $G = G_1$, $G = G_2$, $NPV = NPV_1$, $NPV = NPV_2$ и биссектрисой координатного угла $G = NPV$. Взаимные соотношения параметров $G_{1,2}$ и $NPV_{1,2}$ дают следующий расчет для площади заштрихованной плоской фигуры **[3]** (к сожалению, в **[1]** соответствующая формула записана с ошибкой, т.к. упущен один из возможных случаев соотношения NPV и G):

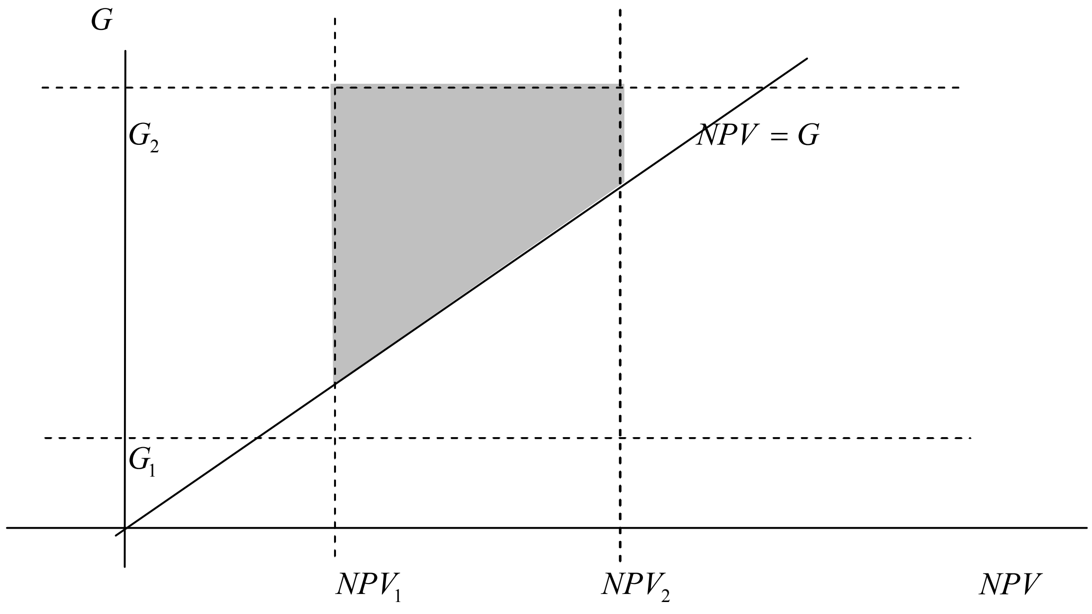

Рис. 1. Зона неэффективности инвестиций

$$S = \begin{cases} 0, G_2 \le NPV_1 \\ \dfrac{(G_2 - NPV_1)^2}{2}, \quad G_1 < NPV_1 < G_2 \le NPV_2 \\ \dfrac{(G_1 - NPV_1) + (G_2 - NPV_1)}{2} \cdot (G_2 - G_1), NPV_1 \le G_1 < G_2 \le NPV_2 \\ \dfrac{(G_2 - NPV_2) + (G_2 - NPV_1)}{2} \cdot (NPV_2 - NPV_1), G_1 \le NPV_1 < NPV_2 \le G_2 \\ (G_2 - G_1)(NPV_2 - NPV_1) - \dfrac{(NPV_2 - G_1)^2}{2}, NPV_1 \le G_1 \le NPV_2 \le G_2 \\ (G_2 - G_1)(NPV_2 - NPV_1), NPV_2 \le G_1 \end{cases} \tag{1}$$

Понятно, что площадь зависит от взаимного расположения интервалов $[NPV_1, NPV_2]$ и $[G_1, G_2]$. Поясним данную формулу. На рис. 1 приведен случай $G_1 < NPV_1 < NPV_2 < G_2$, для которого площадь заштрихованной фигуры равна площади трапеции с основаниями $(G_2 – NPV_2)$ и $(G_2 – NPV_1)$ и высотой $(NPV_2 – NPV_1)$. Для других случаев строятся другие графики и соответственно подсчитываются площади получающихся фигур.

Так как все реализации (NPV, G) при заданном уровне принадлежности α равновозможны, то мы можем определить степень риска неэффективности проекта как геометрическую вероятность попадания точки (NPV, G) в заштрихованную зону неэффективных инвестиций:

$$\varphi = \frac{S}{(NPV_2 - NPV_1)\cdot(G_2 - G_1)}, \tag{2}$$

где S определяется по формуле (1).

Если фактор G = G_1 = G_2 имеет точечную оценку, то (1) и (2) преобразуются к виду (с учетом предельного перехода) **[3]**:

$$\varphi = \begin{cases} 0 & , \text{ при } \quad G < NPV_1 \\ \dfrac{G - NPV_1}{NPV_2 - NPV_1} & , \text{ при } NPV_1 \le G \le NPV_2 \\ 1 & , \text{ при } \quad G > NPV_2 \end{cases}. \tag{3}$$

Наоборот, если NPV = NPV_1 = NPV_2, то

$$\varphi = \begin{cases} 0 & , \text{ при } \quad G_2 < NPV \\ \dfrac{G_2 - NPV}{G_2 - G_1} & , \text{ при } G_1 \le NPV \le G_2 \\ 1 & , \text{ при } \quad G_1 > NPV \end{cases}. \tag{4}$$

В вырожденном случае (когда одновременно G = G_1 = G_2 и NPV = NPV_1 = NPV_2), все совсем просто:

$$\varphi = \begin{cases} 0, & \text{при } \quad G \le NPV \\ 1, & \text{при } \quad G > NPV \end{cases}. \tag{5}$$

2. Переход к общему случаю

Пусть теперь задан уровень достоверности данных α, и

$NPV = NPV_\alpha = [NPV_{1\alpha}, NPV_{2\alpha}]$, (6)
$G = G_\alpha = [G_{1\alpha}, G_{2\alpha}]$ -

соответствующие интервалы принадлежности, образующие несчетное множество. Фактически, (6) задает два нечетких числа NPV и G сегментным способом. Если существует аналитический вид (6), то данные нечеткие числа приобретают определенное название (LR-числа, треугольные числа, трапециевидные числа, колоколообразные числа и т.д.).

Степень риска в случае задания (6) определяется по формулам (1) и (2) для каждого уровня α. Интегральная мера возможности может быть определена двумя путями:

- **точно** (через интеграл по мере возможности)

$$Risk = \int_0^1 \varphi(\alpha) d\alpha \,, \tag{7}$$

где

$$\varphi(\alpha) = \frac{S_\alpha}{(NPV_{2\alpha} - NPV_{1\varepsilon}) \cdot (G_{2\varepsilon} - G_{1\alpha})}; \tag{8}$$

- **приближенно** (как конечная сумма):

$$\text{Risk} = \sum_{(i)} \varphi(\alpha_i) \times \Delta\alpha \,, \tag{9}$$

где $\Delta\alpha$ - дискрет сегментирования (например, 0.1), i – индекс сегментирования,

$$\alpha_i = (i\text{-}1) * \Delta\alpha. \tag{10}$$

Интервалы в терминах нечетких множеств – это прямоугольные нечеткие числа, где любому уровню принадлежности соответствует один и тот же интервал. Поэтому для случая двух интервальных факторов $\varphi(\alpha)$ = const, и вынос этой константы из-под интеграла (7) приводит нас к оценке (2).

В принципе, изложенного здесь достаточно для того, чтобы реализовать автоматизированную процедуру для оценки риска (по аналогии с инвестиционным калькулятором вида **[4]**). Однако иногда бывает полезно получать аналитические выражения для риска, чтобы использовать их для построения тестовых расчетных примеров. Продемонстрируем это на примере двух треугольных чисел.

3. Случай двух треугольных чисел общего вида

Пусть G = (G_{min}, G_{av}, G_{max}) и NPV = (G_{min}, G_{av}, G_{max}) - треугольные числа общего вида. Найдем степень риска неэффективности в общем виде **[2],** то есть вычислим интеграл (7). Запишем функцию $\varphi(\alpha)$:

$$\varphi(\alpha) = \begin{cases} 0, & G_2 \le NPV_1; \\ \varphi_1 = \dfrac{(G_2 - NPV_1)^2}{2(G_2 - G_1)(NPV_2 - NPV_1)}, & G_1 < NPV_1 < G_2 \le NPV_2; \\ \varphi_2 = \dfrac{(G_1 - NPV_1) + (G_2 - NPV_1)}{2(NPV_2 - NPV_1)}, & NPV_1 \le G_1 < G_2 \le NPV_2; \\ \varphi_3 = \dfrac{(G_2 - NPV_2) + (G_2 - NPV_1)}{2(G_2 - G_1)}, & G_1 \le NPV_1 < NPV_2 \le G_2; \\ \varphi_4 = 1 - \dfrac{(NPV_2 - G_1)^2}{2(G_2 - G_1)(NPV_2 - NPV_1)}, & NPV_1 \le G_1 \le NPV_2 \le G_2; \\ \varphi_5 = 1, & NPV_2 \le G_1. \end{cases} \tag{11}$$

Необходимо отметить, что при треугольном виде нечетких чисел G и NPV функция $\varphi(\alpha)$ не может существовать одновременно на всех интервалах. Интеграл (7) будет иметь вид

$$\int_0^1 \varphi(\alpha)d\alpha = \int_{a_0}^{\alpha=a_1} \varphi_1(\alpha)d\alpha + \int_{a_1}^{\alpha=a_2} \varphi_2(\alpha)d\alpha + \int_{a_2}^{\alpha=a_3} \varphi_3(\alpha)d\alpha + \int_{a_3}^{\alpha=a_4} \varphi_4(\alpha)d\alpha + \int_{a_4}^{\alpha=a_5} \varphi_5(\alpha)d\alpha, \tag{12}$$

однако некоторые из составляющих его интегралов будут равны нулю. А какие именно – будет зависеть от конкретного вида чисел G и NPV.

Найдем интегралы $\int_{\alpha_{i-1}}^{\alpha_i} \varphi_i d\alpha$, $i = \overline{1,5}$. Для этого обозначим

$$\begin{aligned} &NPV_{\max} = N; \\ &NPV_{\min} = M; \\ &NPV_{av} = S; \\ &G_{\max} = n; \\ &G_{\min} = m; \\ &G_{av} = s. \end{aligned} \tag{13}$$

Кроме того, необходимо формально выразить функцию $\varphi(\alpha)$ через переменную α, то есть фактически выразить величины G_1, G_2, NPV_1 и NPV_2 через α. Это легко сделать, взяв общее уравнение прямой: $\alpha(NPV_1) = a \cdot NPV_1 + b$ - и, используя точки прямой $(NPV_{\min}, 0)$ и $(NPV_{av}, 1)$, найти коэффициенты a и b. Таким образом,

$$\alpha(NPV_1) = \frac{NPV_1 - NPV_{\min}}{NPV_{av} - NPV_{\min}} \tag{14.1}$$

или

$$NPV_1 = \alpha(NPV_{av} - NPV_{\min}) + NPV_{\min}. \tag{14.2}$$

Аналогичным образом получим соотношение и для NPV_2, G_1 и G_2:

$$NPV_2 = NPV_{\max} - \alpha(NPV_{\max} - NPV_{av}); \tag{15}$$

$$G_2 = G_{\max} - \alpha(G_{\max} - G_{av}); \tag{16}$$

$$G_1 = \alpha(G_{av} - G_{\min}) + G_{\min}. \tag{17}$$

Используя (13-17), произведем соответствующие замены в функции (11) и запишем результирующие выражения для $\int_{\alpha_{i-1}}^{\alpha_i} \varphi_i d\alpha$, $i = \overline{1,5}$, которые мы получили после нахождения интегралов и некоторых преобразований:

1. Для $G_1 < NPV_1 < G_2 < NPV_2$

$$\int_{\alpha_0}^{\alpha_1}\varphi_1 d\alpha = \int_{\alpha_0}^{\alpha_1}\frac{[n-\alpha(n-s)-\alpha(S-M)-M]^2}{2[N-\alpha(N-S)-\alpha(S-M)-M]\cdot[n-\alpha(n-s)-\alpha(s-m)-m]}d\alpha =$$

$$=\frac{1}{2}*[\alpha\cdot\frac{-(S-M+n-s)^2}{(n-m)(N-M)(-1+\alpha)}+\alpha^2\cdot\frac{(S-M+n-s)^2}{(n-m)(N-M)(-1+\alpha)}+\frac{-(S-s)^2}{(n-m)(N-M)(-1+\alpha)}+$$

$$+\frac{2\cdot(S-s)\cdot(S-M+n-s)\ln(-1+\alpha)}{(n-m)(N-M)}]\Bigg|_{\alpha_0}^{\alpha_1} \qquad (18)$$

Если обозначить

$$\frac{1}{2(n-m)(N-M)}=k,$$
$$S-s=q, \qquad (19)$$
$$S-M+n-s=p,$$

то можно записать это выражение в более простом виде:

$$\int_{\alpha_0}^{\alpha_1}\varphi_1 d\alpha = k\cdot\left[-\frac{p^2\alpha^2}{(1-\alpha)}+\frac{p^2\alpha}{(1-\alpha)}+\frac{q^2}{(1-\alpha)}+2qp\ln(-1+\alpha)\right]\Bigg|_{\alpha_0}^{\alpha_1}. \qquad (20)$$

2. Для $NPV_1 < G_1 < G_2 < NPV_2$

$$\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\varphi_2 d\alpha = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\frac{[\alpha(s-m)+m-\alpha(S-M)-M]+[n-\alpha(n-s)-\alpha(S-M)-M]}{2\cdot[N-\alpha(N-S)-\alpha(S-M)-M]}d\alpha =$$

$$=\left(\frac{1}{2}\alpha\cdot\frac{m-2\cdot M+n}{(N-M)}+\alpha\cdot\frac{S-s}{(N-M)}+\frac{\ln(-1+\alpha)(S-s)}{(N-M)}\right)\Bigg|_{\alpha_1}^{\alpha_2} \qquad (21)$$

3. Для $G_1 < NPV_1 < NPV_2 < G_2$

$$\int_{\alpha_2}^{\alpha_3}\varphi_3 d\alpha = \int_{\alpha_2}^{\alpha_3}\frac{[n-\alpha(n-s)-N+\alpha(N-S)]+[n-\alpha(n-s)-\alpha(S-M)-M]}{2[n-\alpha(n-s)-\alpha(s-m)-m]}d\alpha$$

$$=\left(\frac{1}{2}\cdot\alpha\cdot\frac{2n-N-M}{n-m}+\alpha\cdot\frac{S-s}{n-m}+\frac{\ln(-1+\alpha)(S-s)}{n-m}\right)\Bigg|_{\alpha_2}^{\alpha_3} \qquad (22)$$

4. Для $NPV_1 < G_1 < NPV_2 < G_2$

$$\int_{\alpha_3}^{\alpha_4}\varphi_4 d\alpha = \int_{\alpha_0}^{\alpha_1}\left(1-\frac{[N-\alpha(N-S)-\alpha(s-m)-m]^2}{2[N-\alpha(N-S)-\alpha(S-M)-M]\cdot[n-\alpha(n-s)-\alpha(s-m)-m]}\right)d\alpha =$$

$$=\alpha-\frac{1}{2}*[\alpha\cdot\frac{-(s-m+N-S)^2}{(n-m)(N-M)(-1+\alpha)}+\alpha^2\cdot\frac{(s-m+N-S)^2}{(n-m)(N-M)(-1+\alpha)}+$$

$$+\frac{-(S-s)^2}{(n-m)(N-M)(-1+\alpha)}-\frac{2\cdot(S-s)\cdot(s-m+N-S)\ln(-1+\alpha)}{(n-m)(N-M)}]\Bigg|_{\alpha_3}^{\alpha_4} \qquad (23)$$

Или если обозначить

$$\frac{1}{2(n-m)(N-M)}=k,$$
$$S-s=q, \tag{24}$$
$$s-m+N-S=g,$$
то можно записать это выражение так:
$$\int_{\alpha_3}^{\alpha_4}\varphi_4 d\alpha=\left(\alpha-k\cdot\left[-\frac{g^2\alpha^2}{(1-\alpha)}+\frac{g^2\alpha}{(1-\alpha)}+\frac{q^2}{(1-\alpha)}-2qg\ln(-1+\alpha)\right]\right)\Bigg|_{\alpha_3}^{\alpha_4}. \tag{25}$$

5. Для $NPV_2 < G_1$
$$\int_{\alpha_4}^{\alpha_5}\varphi_5 d\alpha=\int_{\alpha_4}^{\alpha_5}1d\alpha=\alpha\Big|_{\alpha_4}^{\alpha_5} \tag{26}$$

Если функция $\varphi(\alpha)$ существует только на этом интервале, то степень риска будет равна единице, то есть инвестиции абсолютно точно окажутся неэффективными: $Risk=\int_0^1 1d\alpha=1-0=1$.

Найденные выражения (18-26) можно использовать непосредственно при вычислении риска неэффективности инвестиций, подставляя их в (12), но предварительно отыскав значения α_i.

Проще всего пояснить все сказанное на расчетном примере.

Пример. Рассмотрим инвестиционный проект «Приобретение оборудования в рамках реконструкции кормоцеха» **[2]**. Пусть условие эффективности проекта является нечетким числом и имеет вид G = (-200, 0, 300), а NPV = (-817, 700, 1332). Определить степень риска неэффективности инвестиций по проекту.

Решение. Функция принадлежности для NPV имеет вид:

$$\mu_{NPV}(x)=\begin{cases}0, & x\le -817;\\ \dfrac{x+817}{1517}, & -817<x\le 700;\\ \dfrac{1332-x}{632}, & 700<x\le 1332;\\ 0 & 1322<x.\end{cases} \tag{27}$$

А функция принадлежности для G будет выглядеть так:

$$\mu_G(x)=\begin{cases}0, & x\le -200;\\ \dfrac{x+200}{200}, & -200<x\le 0;\\ \dfrac{300-x}{300}, & 0<x\le 300;\\ 0 & 300<x.\end{cases} \qquad (28)$$

Графическое изображение данных нечетких чисел представлено на рис.2. Для данного соотношения нечетких чисел NPV и G функция $\varphi(\alpha)$ существует только на трех интервалах: интервале $NPV_1<G_1<G_2<NPV_2$ при $\alpha\in[0;\alpha_0]$, интервале $G_1<NPV_1<G_2<NPV_2$ при $\alpha\in[\alpha_0;\alpha_1]$ и интервале $G_2<NPV_1$ при $\alpha\in[\alpha_1;1]$. Прежде чем применить формулы для расчета степени риска проекта, нам необходимо найти величины α_0 и α_1. Приравняв функции μ_G и μ_{NPV} на соответствующих интервалах, получим следующий результат:

$$\begin{aligned}&\alpha_0=0{,}47 \text{ при } NPV=G=-106\\ &\alpha_1=0{,}615 \text{ при } NPV=G=116\end{aligned} \qquad (29)$$

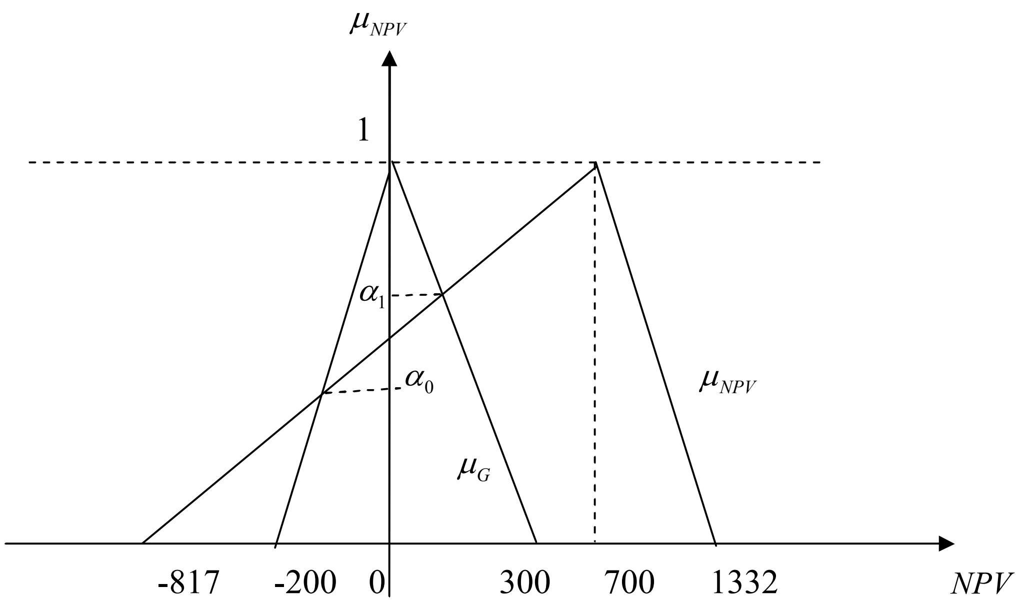

Рис. 2. Данные расчетного примера

На основании этих данных рассчитаем степень риска неэффективности проекта, воспользовавшись формулами (12), (20) и (21):

$$Risk=\int_0^{0.615}\varphi(\alpha)d\alpha=\int_0^{0.47}\varphi_2(\alpha)d\alpha+\int_{0.47}^{0.615}\varphi_1(\alpha)d\alpha$$

$$\int_{0}^{0.47}\varphi_2(\alpha)d\alpha = 0{,}136\,,$$

$$\int_{0.47}^{0.615}\varphi_1(\alpha)d\alpha = 0{,}0064\ . \qquad (30)$$

Степень риска для данного проекта составит

Risk = 0.1424. (31)

Если определять риск проекта **приближенным методом**, по (9), то надо составить таблицу сегментных интервалов, оценить риск для каждого уровня принадлежности по (11) и просуммировать эти риски с весом Δα=0.1. Результаты расчетов сведены в табл. 1.

Табл. 1. Расчет риска приближенным методом

Alpha	NPV1	NPV2	G1	G2	Fi
0	-817	1332	-200	300	0.403
0.1	-665	1269	-180	270	0.367
0.2	-514	1206	-160	240	0.322
0.3	-362	1142	-140	210	0.264
0.4	-210	1079	-120	180	0.186
0.5	-58	1016	-100	150	0.081
0.6	93	953	-80	120	0.002
0.7	245	890	-60	90	0.000
0.8	397	826	-40	60	0.000
0.9	548	763	-20	30	0.000
1	700	700	0	0	

В итоге, в соответствии с (9),

Risk = 0.163, (32)

что отличается от оценки (31) на 14%, а это в пределах допустимой точности. При 20, 50 и 100 сегментных интервалах оценки составляют

Risk = 0.152, Risk = 0.146, Risk = 0.144 (33)

соответственно, т.е. наблюдается сходимость приближенной оценки к точной оценке (31).

4. Модель «треугольник + число»

Если одно из нечетких чисел вырождается в обыкновенное действительное число, то все соотношения резко упрощаются. В **[1]** получены аналитические формы для случая вырожденного G:

$$Risk = \begin{cases} 0, & G < NPV_{\min} \\ R \times \left(1 + \dfrac{1-\alpha_1}{\alpha_1} \ln(1-\alpha_1)\right), & NPV_{\min} \le G < NPV_{av} \\ 1-(1-R) \times \left(1 + \dfrac{1-\alpha_1}{\alpha_1} \ln(1-\alpha_1)\right), & NPV_{av} \le G < NPV_{\max} \\ 1, & NPV_{\max} \le G \end{cases} \quad (34)$$

где

$$R = \begin{cases} \dfrac{G - NPV_{\min}}{NPV_{\max} - NPV_{\min}}, & G < NPV_{\max} \\ 1, & NPV_{\max} \le G \end{cases}, \quad (35)$$

$$\alpha_1 = \begin{cases} 0, & G < NPV_{\min} \\ \dfrac{G - NPV_{\min}}{NPV_{av} - NPV_{\min}}, & NPV_{\min} \le G < NPV_{av} \\ \dfrac{NPV_{\max} - G}{NPV_{\max} - NPV_{av}}, & NPV_{av} \le G < NPV_{\max} \\ 0, & NPV_{\max} \le G \end{cases}. \quad (36)$$

Наоборот, если вырожденным является NPV, то мы получаем зеркальные (34) – (36) выражения:

$$Risk = \begin{cases} 0, & NPV > G_{\max} \\ R \times \left(1 + \dfrac{1-\alpha_1}{\alpha_1} \ln(1-\alpha_1)\right), & G_{av} \le NPV < G_{\max} \\ 1-(1-R) \times \left(1 + \dfrac{1-\alpha_1}{\alpha_1} \ln(1-\alpha_1)\right), & G_{\min} \le NPV < G_{av} \\ 1, & G_{\min} > NPV \end{cases} \quad (37)$$

где

$$R = \begin{cases} \dfrac{G_{\max} - NPV}{G_{\max} - G_{\min}}, & NPV > G_{\min} \\ 1, & G_{\min} \ge NPV \end{cases}, \quad (38)$$

$$\alpha_1 = \begin{cases} 0, & NPV > G_{\max} \\ \dfrac{G_{\max} - NPV}{G_{\max} - G_{av}}, & G_{av} \le NPV < G_{\max} \\ \dfrac{NPV - G_{\min}}{G_{av} - G_{\min}}, & G_{\min} \le NPV < G_{av} \\ 0, & NPV \le G_{\min} \end{cases}. \quad (39)$$

5. Модель «треугольник + интервал»

На рис 3 схематически изображена ситуация, когда NPV – треугольное число, а G – интервал. Ситуация, прямо скажем, типичная: есть бюджет проекта с некоторым разбросом, а что касается нормативов эффективности проекта, то владелец проекта серьезно затрудняется с их определением. С одной стороны он, вроде, может позволить проекту быть убыточным определенное время (например, когда проект ставит своей целью обретение временной монополии и увеличение доли товара на рынке путем демпинга, с выдавливанием слабых конкурентов). С другой стороны, хозяин проекта не до конца понимает, сколько времени подобная убыточность может сопровождать проект. В итоге рождается интервальная оценка предельно низкого NPV.

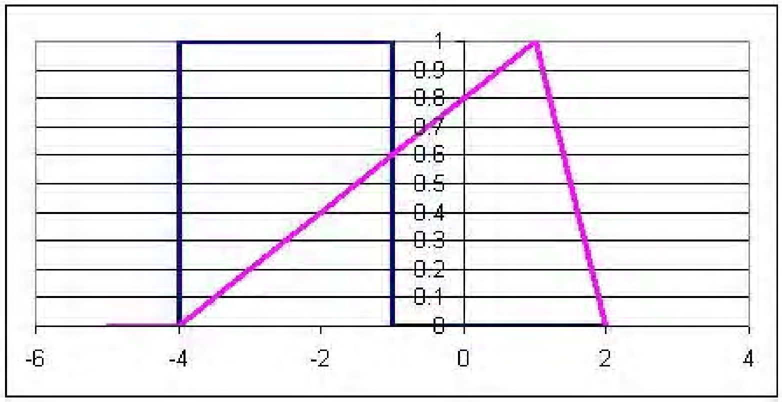

Рис. 3. Модель «треугольник + интервал»

Можно получить компактные аналитические соотношения в важном частном случае, когда для всех уровней принадлежности выполняется условие

$$G_1 < NPV_1 < G_2 < NPV_2. \qquad (40)$$

Тогда выполняется

$$\varphi(\alpha) = \frac{(G_{\max} - NPV_1(\alpha))^2}{2(G_{\max} - G_{\min})(NPV_2(\alpha) - NPV_1(\alpha))}, \qquad (41)$$

где

$$NPV_2(\alpha) = NPV_{\max} - \alpha(NPV_{\max} - NPV_{av}), \qquad (42.1)$$
$$NPV_1(\alpha) = NPV_{\min} + \alpha(NPV_{av} - NPV_{\min}). \qquad (42.2)$$

Интегрируя (41) по α, по аналогии с выкладками для двух треугольных нечетких чисел, мы приходим к выражению для интегральной меры риска. Полный вывод формул для оценки риска мы оставляем пытливому читателю.

Заключение

В табл. 2 сведены все полученные на сегодняшний день результаты, связанные с оценкой степени риска инвестиционных проектов с произвольно-размытыми параметрами.

Табл. 2. Соотношения для оценки риска проекта

<table>
<tr><th rowspan="2">Вид NPV</th><th colspan="4">Номера формул данной работы, в соответствии с видом G</th></tr>
<tr><td>Точка</td><td>Интервал</td><td>Треугольное число</td><td>Общий вид</td></tr>
<tr><td>Точка</td><td>(5)</td><td>(4)</td><td>(37) – (39)</td><td rowspan="4">(7) – (9)</td></tr>
<tr><td>Интервал</td><td>(3)</td><td>(1) – (2)</td><td>будущее</td></tr>
<tr><td>Треугольное число</td><td>(34) – (36)</td><td>будущее</td><td>(11) – (26)</td></tr>
<tr><td>Общий вид</td><td colspan="3">(7) – (9)</td></tr>
</table>

Представляется, что целесообразно при построении риск-калькуляторов нового поколения (аналогичных **[4]**) отталкиваться при моделировании от соотношений самого общего вида, увеличивая число интервалов анализа с 10 до 100 (при восстановлении сегментных интервалов на основе аналитических функций известного вида). Задача оценки риска во всех случаях имеет арифметическую сложность, и посему не предвидится затруднений, связанных с недопустимой трудоемкостью операций. Частные соотношения могут служить в качестве своеобразных тестовых расчетных примеров.

Список цитируемых источников

1. Недосекин А.О. Нечетко-множественный анализ рисков фондовых инвестиций. СПб, Типография «Сезам», 2002. – Также на сайте: http://sedok.narod.ru/sc_group.html.
2. Кокош А.М. Применение теории нечетких множеств при оценке риска неэффективности инвестиций. Курсовая работа. – На сайте: http://sedok.narod.ru/inv_risk_calc.html .
3. Недосекин А.О. Оценка риска инвестиций по NPV произвольно-нечеткой формы. – На сайте: http://sedok.narod.ru/s_files/2003/Art_100303.doc .
4. IRC – калькулятор для оценки риска прямых инвестиций. – На сайте: http://sedok.narod.ru/inv_risk_calc.html .